



**Europejska Współpraca
w dziedzinie Akredytacji**

DOKUMENT EA-4/02

Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu

Cel

Przedstawiony dokument opracowano w celu ujednolicenia metod obliczania niepewności pomiaru wykonywanych w laboratoriach akredytowanych w ramach EA¹. Oprócz ogólnych wymagań zawartych w publikacji EAL-R1 dokument ten określa specyficzne wymagania dotyczące sposobu podawania niepewności pomiaru w świadectwach wzorcowania wydawanych przez akredytowane laboratoria. Powinien on również ułatwić jednostkom akredytującym jednolite określanie najlepszej możliwości pomiarowej (best measurement capability), jaką mogą deklarować akredytowane przez nie laboratoria pomiarowe. Zasady przedstawione w niniejszym dokumencie są oparte na zaleceniach *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* [1], wydanego przez siedem międzynarodowych organizacji normalizacyjnych i metrologicznych. Konsekwentne stosowanie wymagań zawartych w EA-4/02 powinno przyczynić się do ogólnego uznawania wyników pomiarów przeprowadzanych w Europie.

¹ European cooperation for Accreditation (Europejska Współpraca w dziedzinie Akredytacji) powstała w 1997 r. poprzez połączenie EAL (European cooperation for Accreditation of Laboratories) i EAC (European Accreditation of Certification). Powyższy dokument oznaczony jako EA-4/02 składa się z trzech części, wcześniej opublikowanych oddzielnie jako: EAL-R2, EAL-R2-S1 i EA-4/02-S2.

Autorstwo

Dokument ten został przygotowany przez Zespół Roboczy powołany w celu przeprowadzenia nowelizacji dokumentu WECC Doc. 19-1990, z ramienia Komitetu 2 EAL (Działalność w zakresie wzorcowań i badań). Zawiera on wnikliwą rewizję dokumentu WECC Doc. 19-1990 i go zastępuje.

Język oficjalny

Tekst może być, w zależności od potrzeb, tłumaczony na inne języki. Wersja angielska pozostaje wersją miarodajną.

Prawa autorskie

Właścicielem praw autorskich niniejszego dokumentu jest EA. Dokumentu nie wolno kopiować w celu dalszej sprzedaży.

Dodatkowe informacje

Dodatkowe informacje nt. niniejszego dokumentu można otrzymać w krajowych organizacjach członkowskich EA. Listę organizacji członkowskich można znaleźć w Internecie pod adresem: **www.european-accreditation.org**

Tytuł oryginału:

Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration

Wydanie polskie

przygotowane w Zakładzie Metrologii Ogólnej Głównego Urzędu Miar

zatwierdzone przez Prezesa Głównego Urzędu Miar

ISBN 83-906546-2-8

© Główny Urząd Miar

2001

Spis treści

1	Wprowadzenie	5
2	Opis i definicje	6
3	Obliczanie niepewności pomiaru estymat wielkości wejściowych	8
4	Obliczanie niepewności standardowej estymaty wielkości wyjściowej	11
5	Niepewność rozszerzona pomiaru	14
6	Podawanie niepewności pomiaru w świadectwach wzorcowania	16
7	Szczegółowa procedura obliczania niepewności pomiaru	16
8	Bibliografia	18
	Załącznik A	19
	Załącznik B	22
	Załącznik C	25
	Załącznik D	26
	Załącznik E	29
	Suplement 1	31
	Suplement 2	59

1 Wprowadzenie

- 1.1 Niniejszy dokument przedstawia zasady i wymagania odnośnie obliczania niepewności pomiaru przy wzorcowaniu oraz sposób podawania tej niepewności w świadectwach wzorcowania. Zasady te rozpatrywane są w sposób ogólny w celu umożliwienia ich stosowania we wszystkich dziedzinach wzorcowania. Przedstawioną metodę można w razie potrzeby, dla różnych dziedzin pomiarowych, uzupełnić szczegółowymi zaleceniami. Opracowując takie uzupełniające wytyczne należy przestrzegać podstawowych zasad, które przedstawiono w niniejszym dokumencie w celu zapewnienia harmonizacji pomiędzy różnymi dziedzinami.
- 1.2 Sposób postępowania przedstawiony w niniejszym dokumencie jest zgodny ze sposobem przyjętym w publikacji *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* wydanej po raz pierwszy w 1993 roku przez BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP i OIML [1]. Podczas gdy *Przewodnik* [1] ustala ogólnie obowiązujące zasady obliczania i wyrażania niepewności pomiaru, które mogą być stosowane dla wszystkich pomiarów fizycznych, niniejszy dokument przedstawia metody właściwe dla pomiarów wykonywanych w laboratoriach zajmujących się wzorcowaniem i opisuje jednoznaczny, zharmonizowany sposób wyznaczania i dokumentowania niepewności pomiaru. Dokument zawiera omówienie następujących tematów:
- definicje istotne dla dokumentu,
 - metody obliczania niepewności pomiaru wielkości wejściowych,
 - związek pomiędzy niepewnością pomiaru wielkości wyjściowej oraz niepewnością pomiaru wielkości wejściowych,
 - niepewność rozszerzona pomiaru wielkości wyjściowej,
 - podawanie niepewności pomiaru,
 - szczegółowa procedura obliczania niepewności pomiaru.

Przykłady zastosowania przedstawionej tu metody obliczania niepewności, opracowane dla kilku szczególnych problemów pomiarowych z różnych dziedzin, podano w suplementach. Obliczanie niepewności pomiaru jest rozpatrywane również w innych dokumentach EAL, które podają wytyczne nt. metod wzorcowania; niektóre z tych dokumentów zawierają specyficzne przykłady obliczania niepewności.

- 1.3 W ramach EAL **najlepsza możliwość pomiarowa** (odnosząca się zawsze do określonej wielkości mierzonej) definiowana jest jako najmniejsza niepewność pomiaru, jaką dane laboratorium może osiągnąć w swoim zakresie akredytacji, jeżeli mniej lub bardziej rutynowo wykonuje wzorcowania prawie idealnych wzorców przeznaczonych do zdefiniowania, realizacji, przechowywania lub odtwarzania jednostki miary danej wielkości, jednej lub kilku jej wartości albo wykonuje wzorcowanie prawie doskonałych przyrządów pomiarowych przeznaczonych do pomiaru tej wielkości.

Ocenę najlepszej możliwości pomiarowej akredytowanych laboratoriów pomiarowych należy wykonać zgodnie z metodą opisaną w tym dokumencie, ale zwykle powinno się ją poprzeć lub potwierdzić dokumentacją pomiarową. W celu ułatwienia jednostkom akredytującym oceny najlepszej możliwości pomiarowej, w załączniku A przedstawiono dodatkowe objaśnienia.

2 Opis i definicje

Uwaga: Terminy mające istotne znaczenie dla głównego tekstu, a występujące w niniejszym dokumencie po raz pierwszy, są wytłuszczone. Załącznik B zawiera listę tych terminów wraz z powołaniem się na dokumenty źródłowe.

- 2.1 Podany wynik pomiaru tylko wtedy jest kompletny, gdy zawiera zarówno wartość wielkości mierzonej, jak i niepewność pomiaru, związaną z tą wartością. W niniejszym dokumencie wszystkie wielkości, których wartości nie są dokładnie znane, będą traktowane jako **zmienne losowe**; dotyczy to również wszystkich wielkości wpływających, które mogą oddziaływać na wartość mierzoną.
- 2.2 **Niepewność pomiaru** jest parametrem związanym z wynikiem pomiaru charakteryzującym rozrzut wartości, które można w sposób uzasadniony przypisać wielkości mierzonej [2]. W niniejszym dokumencie zamiast terminu **niepewność pomiaru** używany będzie skrót **niepewność**, o ile nie będzie wiązało się z nim ryzyko nieporozumienia. Typowe źródła niepewności w pomiarach przedstawiono w wykazie znajdującym się w załączniku C.
- 2.3 **Wielkości mierzone** są szczególnymi wielkościami, których wartość należy określić poprzez pomiar. Przy wzorcowaniu mamy zwykle do czynienia tylko z jedną wielkością mierzoną, nazywaną również **wielkością wyjściową** Y , która jest związana z **wielkościami wejściowymi** X_i ($i = 1, 2, \dots, N$) funkcją

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Funkcja pomiaru f opisuje zarówno metodę pomiarową jak i metodę obliczeniową. Podaje ona, jak z wartości wielkości wejściowych X_i otrzymuje się wartość wielkości wyjściowej Y . W większości przypadków będzie ona pojedynczym wyrażeniem analitycznym, może być jednak również zbiorem takich wyrażen, zawierających poprawki i współczynniki poprawkowe oddziaływań systematycznych, prowadząc w ten sposób do bardziej złożonej zależności, której nie można wyrazić za pomocą pojedynczej funkcji. Funkcję f można określić również eksperymentalnie lub może być podana tylko w formie algorytmu komputerowego, który musi być wyznaczony numerycznie albo może być kombinacją wszystkich wyżej wymienionych form.

- 2.4 Zbiór wartości wejściowych X_i może być podzielony na dwie kategorie w zależności od sposobu, w jaki zostały określone wartości tych wielkości i związane z nimi niepewności:
- wielkości, których estymaty oraz związane z nimi niepewności wyznaczone są bezpośrednio z pomiaru. Wartości te można uzyskać np. z pojedynczej obserwacji, powtarzanych obserwacji albo na podstawie oceny opartej na doświadczeniu. Mogą one obejmować wyznaczenie poprawek wskazań przyrządu, jak również poprawek wynikających z wielkości wpływających, takich jak: temperatura otoczenia, ciśnienie atmosferyczne lub wilgotność;
 - wielkości, których estymaty oraz związane z nimi niepewności są wprowadzane do funkcji pomiaru ze źródeł zewnętrznych, jak np.: wielkości związane z wzorcami jednostek miar, certyfikowanymi materiałami odniesienia lub danymi odniesienia otrzymanymi z literatury specjalistycznej.
- 2.5 Estymatę wielkości mierzonej Y , oznaczoną y i nazwaną **estymatą wielkości wyjściowej**, otrzymuje się z równania (2.1) poprzez podstawienie **estymat wielkości wejściowych** x_i w miejsce wartości wielkości mierzonych X_i

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Przyjmuje się, że wartości wejściowe są najlepszymi estymatami wielkości wejściowych, które zostały odpowiednio skorygowane z uwzględnieniem wszystkich istotnych oddziaływań dla danego modelu pomiaru. W przeciwnym przypadku do modelu matematycznego pomiaru należy wprowadzić odpowiednie poprawki jako osobne wielkości wejściowe.

- 2.6 Miarą rozrzutu wartości przypisanych wielkości mierzonej, traktowanych jako zmienna losowa, jest **wariancja** ich rozkładu lub jej dodatni pierwiastek kwadratowy, nazywany **odchyleniem standardowym**. **Niepewność standardowa pomiaru** związana z estymatą wielkości wyjściowej lub wynikiem pomiaru, oznaczona $u(y)$ jest odchyleniem standardowym wielkości mierzonej Y . Określa się ją na podstawie estymat x_i wielkości wejściowych X_i oraz na podstawie związanych z nimi niepewności standardowych $u(x_i)$. Niepewność standardowa związana z estymatą wielkości mierzonej ma wymiar identyczny z wymiarem tej estymaty. W niektórych przypadkach uzasadnione jest stosowanie **względnej niepewności standardowej pomiaru**; jest to, związana z estymatą, niepewność standardowa pomiaru podzielona przez wartość tej estymaty, a więc wielkość bezwymiarowa. Nie można jej stosować, gdy wartość estymaty jest równa zeru.

3 Obliczanie niepewności pomiaru estymat wielkości wejściowych

3.1 Rozważania ogólne

3.1.1 Niepewność pomiaru związana z estymatami wielkości wejściowych jest obliczana metodą typu A lub typu B. **Metoda typu A obliczania niepewności standardowej** jest metodą, w której niepewność jest obliczana za pomocą analizy statystycznej serii obserwacji. Niepewność standardowa jest w tym przypadku odchyleniem standardowym eksperymentalnym średniej otrzymanej metodą uśredniania lub odpowiednią analizą regresji. **Metoda typu B obliczania niepewności standardowej** jest metodą, w której niepewność jest obliczana innym sposobem niż analiza statystyczna serii obserwacji. W takim przypadku obliczanie niepewności oparte jest na innego rodzaju przesłankach naukowych.

Uwaga: Istnieją przypadki – rzadko odnoszące się do wzorcowania – gdy wszystkie możliwe wartości wielkości lokują się po jednej stronie pojedynczej wartości ograniczającej. Znanym tego rodzaju przypadkiem jest tzw. błąd cosinusa. Sposób postępowania w tym szczególnym przypadku jest przedstawiony w publikacji [1].

3.2 Metoda typu A obliczania niepewności standardowej

3.2.1 Metodę typu A obliczania niepewności standardowej stosuje się wtedy, gdy istnieje możliwość przeprowadzenia w identycznych warunkach pomiarowych wielu niezależnych obserwacji jednej z wielkości wejściowych. Jeżeli rozdzielczość procesu pomiarowego jest wystarczająca, otrzymane wyniki charakteryzuje zauważalny rozrzut.

3.2.2 Zakładamy, że mierzoną w warunkach powtarzalności wielkością wejściową X_i jest wielkość Q . Dla n niezależnych statystycznie obserwacji ($n > 1$) estymata wielkości Q oznaczona \bar{q} , jest **średnią arytmetyczną** lub **wartością przeciętną** pojedynczych obserwowanych wartości q_j ($j = 1, 2, \dots, n$)

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Niepewność standardowa związaną z estymatą \bar{q} jest obliczana za pomocą jednej z następujących metod:

(a) Estymata wariancji rozkładu prawdopodobieństwa jest **wariancją eksperymentalną** $s^2(q)$ wartości q_j wyrażoną równaniem

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Jej (dodatni) pierwiastek kwadratowy jest nazywany **odchyleniem standardowym eksperymentalnym**. Najlepszą estymatą wariancji średniej arytmetycznej \bar{q} jest **wariancja eksperymentalna średniej**

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Jej (dodatni) pierwiastek kwadratowy jest nazywany **odchyleniem standardowym eksperymentalnym średniej**. Niepewność standardowa $u(\bar{q})$ związana z estymatą wejściową \bar{q} jest odchyleniem standardowym eksperymentalnym średniej

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

Uwaga: Jeżeli liczba n powtórzonych pomiarów jest mała ($n < 10$), niezbędne jest rozważenie wiarygodności metody typu A obliczania niepewności standardowej zgodnie z równaniem (3.4). Jeżeli liczby obserwacji nie można zwiększyć, to należy rozważyć możliwość zastosowania innych, niżej przedstawionych metod obliczania niepewności standardowej.

- (b) Dla pomiaru dobrze zdefiniowanego, przeprowadzonego pod kontrolą statystyczną, możliwe jest określenie złożonej lub **połączonej estymaty wariancji** s_p^2 , która lepiej charakteryzuje rozproszenie wyników niż oszacowane odchylenie standardowe, wyznaczone z ograniczonej liczby obserwacji. Jeżeli w takim przypadku wartość wielkości wejściowej Q jest określona jako średnia arytmetyczna \bar{q} małej liczby n niezależnych obserwacji, to wariancję średniej można oszacować z równania

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Stosując równanie (3.4) wyprowadza się z tej wartości niepewność standardową.

3.3 Metoda typu B obliczania niepewności standardowej

- 3.3.1 Obliczanie niepewności standardowej metodą typu B jest obliczaniem niepewności związanej z estymatą x_i wielkości wejściowej X_i inną metodą niż analiza statystyczna serii obserwacji. Niepewność standardowa $u(x_i)$ jest określana za pomocą analizy naukowej opartej na wszystkich dostępnych informacjach nt. możliwej zmienności X_i . W tej kategorii informacji mogą znajdować się:

- dane uzyskane z wcześniej przeprowadzonych pomiarów,
- posiadane doświadczenie lub ogólna znajomość zachowania się i właściwości odpowiednich materiałów i przyrządów pomiarowych,
- specyfikacje producenta,
- dane uzyskane ze świadectw wzorcowania i z innych certyfikatów,
- niepewności związane z danymi odniesienia, uzyskane z podręczników.

3.3.2 Właściwe zastosowanie dostępnych informacji służących do obliczania niepewności standardowej metodą typu B wymaga wnikliwości opartej o doświadczenie oraz wiedzę ogólną. Jest to umiejętność zdobywana podczas praktyki pomiarowej. Dobrze uzasadnione obliczanie niepewności standardowej metodą typu B jest równie wiarygodne jak obliczanie jej metodą typu A, zwłaszcza w sytuacjach pomiarowych, gdzie obliczanie niepewności standardowej metodą typu A opiera się na stosunkowo małej liczbie statystycznie niezależnych obserwacji. Należy rozróżniać następujące przypadki:

- Jeżeli znana jest tylko **pojedyncza wartość** wielkości X_i , np. jedyna wartość zmierzona, wartość otrzymana z wcześniejszego pomiaru, wartość odniesienia z literatury lub poprawka, to taką wartość należy przyjąć dla x_i . Jeżeli podana jest niepewność standardowa $u(x_i)$ związana z wartością x_i , to należy ją zastosować. W przeciwnym razie niepewność standardową należy obliczać z jednoznacznych danych. Jeżeli tego rodzaju dane nie są osiągalne, wartość niepewności standardowej należy obliczyć na podstawie nabytego doświadczenia.
- Jeżeli dla wielkości X_i można w oparciu o dane teoretyczne lub eksperymentalne założyć określony **rozkład prawdopodobieństwa**, to jako estymatę x_i tej wielkości należy przyjąć odpowiednią wartość oczekiwaną, a pierwiastek kwadratowy wariancji takiego rozkładu – jako związaną z nią niepewność standardową $u(x_i)$.
- Jeżeli dla wartości wielkości X_i można oszacować jedynie jej górną a_+ i dolną a_- granicę (np. podana przez producenta specyfikacja przyrządu pomiarowego, zakres zmienności temperatury, błąd wynikający z zaokrąglania lub odcinania miejsc dziesiętnych na skutek automatycznej obróbki danych), to dla zmienności wielkości wejściowej X_i w przedziale pomiędzy obu wartościami granicznymi należy przyjąć stały rozkład prawdopodobieństwa (rozkład prostokątny). Dla podanego powyżej przypadku (b) estymatę wielkości wejściowej X_i można wyrazić równaniem

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

a jej wariancję równaniem

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

Jeżeli różnica pomiędzy wartościami granicznymi wynosi $2a$, równanie (3.7) przybiera postać

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3} a^2 \quad (3.8)$$

Przyjęcie prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa wielkości wejściowej X_i jest uzasadnione, jeżeli znamy tylko granice jej zmienności. Jeżeli natomiast wiadomo, że wartości danej wielkości znajdujące się w pobliżu środka przedziału zmienności są bardziej prawdopodobne niż wartości znajdujące się w pobliżu jej granic, to lepszym modelem będzie rozkład trójkątny lub rozkład normalny. Natomiast gdy bardziej prawdopodobne są wartości znajdujące się w pobliżu granic niż wartości ze środka przedziału zmienności, bardziej odpowiedni może być rozkład o kształcie litery U.

4 Obliczanie niepewności standardowej estymaty wielkości wyjściowej

4.1 Dla nieskorelowanych wielkości wejściowych kwadrat niepewności standardowej związanej z estymatą wielkości wyjściowej y jest określony wyrażeniem

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

Uwaga: W praktyce pomiarowej można spotkać przypadki, rzadko odnoszące się do wzorcowania, w których funkcja pomiaru jest silnie nieliniowa lub gdy „znikają” niektóre współczynniki wrażliwości [patrz równania (4.2) i (4.3)] i do równania (4.1) trzeba wprowadzić człony wyższego rzędu. Takie szczególne przypadki są rozpatrywane w publikacji [1].

Wielkość $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) jest składnikiem niepewności standardowej związanej z estymatą y wielkości wyjściowej (udział w złożonej niepewności standardowej), wynikającą z niepewności standardowej związanej z estymatą x_i wielkości wejściowej

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

gdzie c_i jest **współczynnikiem wrażliwości** związanym z estymatą x_i wielkości wejściowej, tzn. jest pochodną cząstkową funkcji pomiaru f względem X_i , obliczoną dla estymaty x_i wielkości wejściowej

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_1=x_1 \dots X_N=x_N} \quad (4.3)$$

- 4.2 Współczynnik wrażliwości c_i opisuje, w jakim stopniu zmiany estymaty x_i wielkości wejściowej wpływają na estymatę y wielkości wyjściowej. Można go obliczyć z funkcji pomiaru f za pomocą równania (4.3) lub metodami numerycznymi, tzn. poprzez obliczenie zmiany estymaty y wielkości wyjściowej spowodowanej zmianą estymaty x_i wielkości wejściowej o $+u(x_i)$ i $-u(x_i)$, a następnie dla otrzymania wartości c_i podzielenie otrzymanej różnicy wartości y przez $2u(x_i)$. Czasami stosowniejsze może być eksperymentalne określenie zmiany estymaty y wielkości wyjściowej poprzez powtarzanie pomiaru przy np. $x_i \pm u(x_i)$.
- 4.3 Podczas gdy wartość $u(x_i)$ jest zawsze dodatnia, wartość $u_i(y)$ może być, w zależności od znaku współczynnika wrażliwości c_i – zgodnie z równaniem (4.2) – albo dodatnia albo ujemna. W przypadku skorelowanych wielkości wejściowych należy uwzględnić znak $u_i(y)$ (patrz równanie (D.4) w załączniku D).
- 4.4 Jeżeli funkcja pomiaru f jest sumą lub różnicą wielkości wejściowych X_i

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

to, zgodnie z równaniem (2.2), estymata wielkości wyjściowej jest odpowiednią sumą lub różnicą estymat wielkości wejściowych

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

natomiast współczynniki wrażliwości są wtedy równe p_i i równanie (4.1) przyjmuje postać

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

- 4.5 Jeżeli funkcja pomiaru f jest iloczynem lub ilorazem wielkości wejściowych X_i

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

to również estymata wielkości wyjściowej jest odpowiednim iloczynem lub ilorazem estymat wielkości wejściowych

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

W tym przypadku współczynniki wrażliwości są równe $p_i y/x_i$ i przy zastosowaniu względnych niepewności standardowych $w(y) = u(y)/|y|$ oraz $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ z równania (4.1) otrzymuje się wyrażenie analogiczne do równania (4.6)

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

- 4.6 Jeżeli dwie wielkości wejściowe X_i i X_k są w pewnym stopniu **skorelowane**, tzn. są w jakiś sposób wzajemnie zależne, to również ich **kowariancję** należy rozpatrywać jako składową niepewności. W załączniku D przedstawiono sposób, w jaki należy to zrobić. Możliwość uwzględnienia wpływu korelacji zależy od znajomości procesu pomiarowego oraz od oceny wzajemnej zależności wielkości wejściowych. Należy pamiętać, że nieuwzględnienie istniejącej korelacji pomiędzy wielkościami wejściowymi może prowadzić do błędnego obliczania niepewności standardowej wielkości mierzonej.
- 4.7 Kowariancję dwóch wielkości wejściowych X_i i X_k można uznać za równą zero lub za nieistotną, jeżeli:
- obie wielkości wejściowe X_i i X_k są wzajemnie niezależne, np. były kilkakrotnie, ale nie jednocześnie, obserwowane podczas różnych, wzajemnie niezależnych eksperymentów lub są wielkościami wynikowymi różnych oszacowań, które zostały wykonane niezależnie lub jeśli
 - każdą z wielkości wejściowych X_i i X_k można rozpatrywać jako stałą lub
 - badania nie dają żadnych informacji, wskazujących na istnienie korelacji pomiędzy wielkościami wejściowymi X_i i X_k .
- Czasami korelacje można wyeliminować poprzez wybór odpowiedniej funkcji modelu matematycznego pomiaru.
- 4.8 Analiza niepewności pomiaru – czasem nazywana również budżetem niepewności pomiaru – powinna zawierać listę wszystkich źródeł niepewności występujących podczas pomiaru wraz z odpowiednimi niepewnościami standardowymi, jak również metodami ich obliczenia. W przypadku pomiarów powtarzanych należy podać również liczbę n tych obserwacji. W celu zapewnienia przejrzystości zalecane jest przedstawianie istotnych dla tej analizy danych w formie tabeli. W tabeli należy wszystkie wielkości przedstawić w formie symboli fizycznych X_i lub skrótowego znaku identyfikacyjnego. Dla każdej wielkości w tabeli powinny znajdować się co najmniej: estymata x_i , związana z nią niepewność standardowa pomiaru $u(x_i)$, współczynnik wrażliwości c_i oraz różne składniki niepewności $u_i(y)$. Wartości liczbowe każdej wielkości powinny być podane w tabeli wraz z odpowiednimi jednostkami miary.
- 4.9 Przykład takiego układu dla nieskorelowanych wielkości wejściowych przedstawiono w tabeli 4.1. Znajdująca się w dolnym prawym rogu tabeli niepewność standardowa $u(y)$, związana z wynikiem pomiaru, jest pierwiastkiem sumy kwadratów wszystkich składników niepewności znajdujących się w prawej, skrajnej kolumnie tabeli. Szare pola w tabeli pozostają puste.

Tabela 4.1. Schemat uporządkowanego układu zawierającego: symbole wielkości, estymaty wielkości, niepewności standardowe, współczynniki wrażliwości oraz udziały składowych niepewności zastosowane w analizie niepewności pomiaru.

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$	c_i	$u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
:	:	:	:	:
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	y			$u(y)$

5 Niepewność rozszerzona pomiaru

- 5.1 W ramach organizacji EAL postanowiono, że laboratoria wykonujące wzorcowanie akredytowane przez członków EAL, będą podawać **niepewność rozszerzoną pomiaru** U , uzyskaną z pomnożenia niepewności standardowej $u(y)$ estymaty y wielkości wyjściowej przez **współczynnik rozszerzenia** k

$$U = k \cdot u(y) \quad (5.1)$$

W przypadkach, gdy rozkład wielkości mierzonej można scharakteryzować rozkładem normalnym (Gaussa), a niepewność standardowa związana z estymatą wielkości wyjściowej jest wystarczająco wiarygodna, należy standardowo stosować współczynnik rozszerzenia $k = 2$. Taka przypisana rozszerzona niepewność pomiaru odpowiada **poziomowi ufności**² wynoszącemu około 95 %. Warunki te są spełnione w większości przypadków występujących przy wzorcowaniu.

² W wersji oryginalnej **coverage probability**, co w dosłownym tłumaczeniu znaczy **prawdopodobieństwo objęcia**, lecz w literaturze polskiej częściej używane jest pojęcie **poziom ufności**.

- 5.2 Nie zawsze łatwo jest eksperymentalnie potwierdzić słuszność przyjęcia rozkładu normalnego. Jednakże w przypadkach, w których kilka (tzn. $N \geq 3$) składowych niepewności, otrzymanych przy założeniu określonych rozkładów prawdopodobieństwa wielkości niezależnych (np. rozkładów normalnych lub prostokątnych), ma porównywalny co do wartości udział w niepewności standardowej związanej z estymatą wielkości wyjściowej, to spełnione są warunki centralnego twierdzenia granicznego, tak że z bardzo dobrym przybliżeniem można przyjąć, iż rozkład wielkości wyjściowej jest rozkładem normalnym.
- 5.3 Wiarygodność niepewności standardowej związanej z estymatą wielkości wyjściowej jest określana za pomocą jej efektywnych stopni swobody (patrz załącznik E). Kryterium wiarygodności jest spełnione, gdy wszystkie składowe niepewności otrzymane metodą typu A zostały obliczone z co najmniej dziesięciu powtórzonych obserwacji.
- 5.4 Jeżeli jeden z ww. warunków nie został spełniony (o rozkładzie normalnym lub wystarczającej wiarygodności), może okazać się, że niepewność rozszerzona, otrzymana przy standardowym współczynniku rozszerzenia $k = 2$, odpowiada poziomowi ufności mniejszemu niż 95 %. W takich przypadkach, aby zapewnić podobny poziom ufności, jak dla rozkładu normalnego, do wyznaczenia wartości niepewności rozszerzonej należy zastosować inną procedurę. Stosowanie w przybliżeniu identycznej wartości poziomu ufności ma znaczenie, gdy porównywane są wyniki pomiarów takiej samej wielkości, np. przy ocenie wyników porównań międzylaboratoryjnych lub podczas oceny zgodności ze specyfikacją.
- 5.5 Nawet gdy przyjęcie rozkładu normalnego jest uzasadnione, może okazać się, że niepewność standardowa związana z estymatą wielkości wyjściowej nie jest wystarczająco wiarygodna. Jeżeli w takim przypadku nie można zwiększyć liczby n powtórzonych pomiarów ani zastąpić metody typu A obliczania niepewności (która jest w danym przypadku mniej wiarygodna) metodą typu B, należy zastosować metodę przedstawioną w załączniku E.
- 5.6 W pozostałych przypadkach, dla których nie można przyjąć założenia o rozkładzie normalnym, konieczne jest zdobycie informacji nt. rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa estymaty wielkości wyjściowej, w celu określenia wartości współczynnika rozszerzenia k , który odpowiada poziomowi ufności około 95 %.

6 Podawanie niepewności pomiaru w świadectwach wzorcowania

- 6.1 W świadectwie wzorcowania należy podawać pełny wynik pomiaru, na który składają się: estymata y wielkości mierzonej oraz związana z nią rozszerzona niepewność pomiaru U , w postaci: $y \pm U$. Dane te należy uzupełnić uwagą, która na ogół powinna brzmieć następująco:

Przedstawiona niepewność rozszerzona jest iloczynem niepewności standardowej oraz współczynnika rozszerzenia $k = 2$, który dla rozkładu normalnego odpowiada poziomowi ufności około 95 %. Niepewność standardowa została określona zgodnie z Publikacją EA-4/02.

- 6.2 W przypadkach, w których zastosowano procedurę przedstawioną w załączniku E, uwaga powinna brzmieć następująco:

Przedstawiona niepewność rozszerzona jest iloczynem niepewności standardowej oraz współczynnika rozszerzenia $k = XX$, który dla rozkładu t-Studenta o wypadkowej liczbie stopni swobody $v_{\text{eff}} = YY$ odpowiada poziomowi ufności około 95 %. Niepewność standardowa została określona zgodnie z Publikacją EA-4/02.

- 6.3 Wartość liczbową niepewności pomiaru należy podawać najwyżej z dwiema cyframi znaczącymi. Wartość liczbową wyniku pomiaru należy w końcowej postaci zaokrąglić, tak aby ostatnia znacząca cyfra wyniku pomiaru była na takim samym miejscu, jak ostatnia znacząca cyfra niepewności rozszerzonej związanej z wartością wyniku pomiaru. Zaokrąglić należy zgodnie ze znanymi metodami zaokrąglania liczb (bliższe dane dotyczące zaokrąglania znajdują się w ISO 31-0:1992, załącznik B). Jeżeli na skutek zaokrąglenia wartość liczbowa niepewności pomiaru zmniejszy się o więcej niż 5 %, należy podać wartość zaokrągloną w górę.

7 Szczegółowa procedura obliczania niepewności pomiaru

- 7.1 Poniżej podano wskazówki dotyczące zastosowania tego dokumentu w praktyce (patrz przykłady opracowane w załączniku F i w oddzielnych suplementach):
- Zgodnie z równaniem (2.1) należy matematycznie określić zależność pomiędzy wielkością mierzoną (wielkością wyjściową) Y i wielkościami wejściowymi X_i . W przypadku bezpośredniego porównania dwóch wzorców równanie jest bardzo proste, np. $Y = X_1 + X_2$.
 - Określić i uwzględnić wszystkie istotne poprawki.
 - W analizie niepewności wymienić wszystkie źródła niepewności (zgodnie z rozdziałem 4).
 - Obliczyć niepewność standardową $u(\bar{q})$ dla wielokrotnie mierzonych wielkości (zgodnie z punktem 3.2).

- (e) W przypadku pojedynczych wartości, np. wartości uzyskanych podczas wcześniejszych pomiarów, wartości poprawek lub wartości przyjętych z literatury, przyjmując odpowiednią niepewność standardową $u(x_i)$ – jeżeli jest podana lub można ją obliczyć zgodnie z punktem 3.3.2 (a). Należy przy tym uważać, w jakiej postaci podana jest niepewność pomiaru. Jeżeli brak jakichkolwiek danych, z których można by obliczyć niepewność standardową, wartość $u(x_i)$ należy określić na podstawie nabytego doświadczenia naukowego.
- (f) Dla wielkości wejściowych, których rozkład prawdopodobieństwa jest znany lub można go przyjąć na podstawie istniejących informacji, wartość oczekiwaną x_i oraz niepewność standardową $u(x_i)$ obliczyć zgodnie ze sposobem przedstawionym w podpunkcie 3.3.2 (b). Jeżeli znane są granice górna i dolna przedziału zmienności wielkości wejściowej lub można je oszacować, niepewność standardową $u(x_i)$ należy obliczyć zgodnie z podpunktem 3.3.2 (c).
- (g) Dla każdej wielkości wejściowej X_i obliczyć składnik $u_i(y)$ niepewności związanej z estymatą y wielkości wyjściowej wynikający z estymaty x_i wielkości wejściowej, zgodnie z równaniami (4.2) i (4.3) oraz zsumować ich kwadraty zgodnie z równaniem (4.1), aby otrzymać kwadrat niepewności standardowej $u(y)$ wielkości mierzonej. Jeżeli wiadomo, że wielkości wejściowe są skorelowane, należy zastosować metodę przedstawioną w załączniku D.
- (h) Obliczyć niepewność rozszerzoną pomiaru U poprzez pomnożenie złożonej niepewności standardowej $u(y)$ związanej z estymatą wielkości wyjściowej przez współczynnik rozszerzenia k , wybrany zgodnie z rozdziałem 5.
- (i) W świadectwie wzorcowania należy jako wynik pomiaru podać estymatę y wielkości mierzonej, związaną z nią niepewność rozszerzoną U oraz współczynnik rozszerzenia k , zgodnie z rozdziałem 6.

8 Bibliografia

- [1] **Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement**,
I wydanie 1993, poprawione i dodrukowane w roku 1995, International Organization for Standardization (Genewa, Szwajcaria).
Wydanie polskie: **Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik**. Główny Urząd Miar, 1999.
- [2] **International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology**,
II wydanie 1993, International Organization for Standardization (Genewa, Szwajcaria).
Wydanie polskie: **Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii**. Główny Urząd Miar, 1996.
- [3] **International Standard ISO 3534-1**
Statistics – Vocabulary and symbols – Part I: Probability and general statistical terms,
I wydanie 1993, International Organization for Standardization (Genewa, Szwajcaria).

Załącznik A

Uwagi dotyczące ustalania najlepszej możliwości pomiarowej

- A1 Najlepsza możliwość pomiarowa (patrz rozdział 1 tekstu podstawowego) jest jednym z parametrów stosowanych dla określania **zakresu** akredytowanego laboratorium pomiarowego; pozostałymi parametrami są: wielkość fizyczna, metoda pomiarowa lub typ wzorcowanego przyrządu oraz zakres pomiarowy. Najlepsza możliwość pomiarowa jest z reguły podana w **zakresie akredytacji** lub w innych dokumentach, na podstawie których podejmuje się **decyzję o udzieleniu akredytacji** albo wydaje się **Certyfikat Akredytacji** jako potwierdzenie udzielonej akredytacji. Najlepszą możliwość pomiarową podaje się czasem zarówno w **zakresie akredytacji** jak i w dokumentach, tworzących podstawę udzielenia akredytacji. Jest ona jedną z najważniejszych danych, które podaje się w informatorach o laboratoriach akredytowanych wydawanych regularnie przez jednostki akredytujące; informatory te są używane przez potencjalnych klientów laboratoriów akredytowanych, gdyż umożliwiają im ocenę przydatności laboratorium akredytowanego do wykonania określonych usług pomiarowych.
- A2 W celu porównywania możliwości pomiarowych różnych laboratoriów akredytowanych przez różne jednostki akredytujące konieczne jest ujednoczenie sposobu ustalania najlepszej możliwości pomiarowej. Dla ułatwienia poniżej podano kilka wyjaśnień terminu „najlepsza możliwość pomiarowa”, opartych o definicję przedstawioną w tekście podstawowym.
- A3 Sformułowanie „mniej lub bardziej rutynowe wzorcowanie” oznacza, że laboratorium musi osiągać stwierdzoną możliwość podczas **normalnej** pracy wykonywanej w zakresie swojej akredytacji. Istnieją przypadki, gdy laboratorium jest w stanie, po wykonaniu wielu badań i zapewnieniu dodatkowych warunków, zaoferować znacznie więcej; przypadki te jednak nie odpowiadają definicji „najlepszej możliwości pomiarowej”, chyba że dążeniem laboratorium jest jak najczęstsze prowadzenie takich badań naukowych, które w ten sposób stają się „mniej lub bardziej rutynowym” rodzajem wzorcowań wykonywanym przez laboratorium.
- A4 Określenie „prawie doskonały” w definicji oznacza, że najlepsza możliwość pomiarowa nie może być zależna od cech wzorcowanego przyrządu. Pojęcie „prawie doskonały” opisuje przypadek, gdy żadna z istotnych składowych niepewności pomiaru nie powinna być związana z fizycznymi wpływami, które można by w jakiś sposób przypisywać niedoskonałości wzorcowanego przyrządu. Rozumie się samo przez się, że taki przyrząd musi istnieć. Jeżeli można udowodnić, że w konkretnym przypadku nawet najbardziej „doskonały” istniejący przyrząd nie spełnia ww. wymagań, należy składową niepewność wprowadzoną przez taki przyrząd włączyć przy określaniu najlepszej możliwości pomiarowej i należy wtedy podać, że określona najlepsza możliwość pomiarowa odnosi się do wzorcowania takiego typu przyrządu.

- A5 Definicja najlepszej możliwości pomiarowej oznacza, że laboratorium w ramach **swojej akredytacji** nie jest upoważnione do podawania mniejszej niepewności pomiaru niż najlepsza możliwość pomiarowa. Oznacza to, że od laboratorium wymaga się podawania większej niepewności niż odpowiadająca najlepsza możliwość pomiarowa za każdym razem, gdy zostanie stwierdzone, że prowadzony proces wzorcowania prowadzi do istotnego zwiększenia niepewności pomiaru. Zwykle wzorcowane przyrządy wnoszą składową niepewności. Jest oczywistym, że rzeczywista niepewność pomiaru nigdy nie może być mniejsza niż najlepsza możliwość pomiarowa. Podczas ustalania rzeczywistej niepewności pomiaru laboratorium jest zobowiązane do stosowania zasad opisanych w niniejszym dokumencie.
- A6 Należy zwrócić uwagę na fakt, że zgodnie z definicją najlepszej możliwości pomiarowej, pojęcie to powinno być przez laboratorium stosowane jedynie w przypadku podawania wyników pomiarów z powołaniem się na status laboratorium akredytowanego. Ściśle biorąc, pojęcie to ma charakter administracyjny, a niekoniecznie musi odzwierciedlać techniczne możliwości danego laboratorium. W razie zaistnienia przyczyn wewnętrznych laboratorium może wnioskować o akredytację z niepewnością pomiaru większą, niż ta na którą pozwalają jego możliwości techniczne. Takimi przyczynami wewnętrznymi są zwykle przypadki, w których rzeczywiste możliwości należy wobec innych klientów traktować jako poufne, np. przy wykonywaniu prac badawczych i rozwojowych lub w przypadku świadczenia usług klientom specjalnym. Zasadą jednostki akredytującej powinno być udzielanie akredytacji na każdym wnioskowanym poziomie, o ile laboratorium jest w stanie wykonać wzorcowania na takim poziomie. (Rozważanie to nie dotyczy wyłącznie najlepszej możliwości pomiarowej, lecz odnosi się do wszystkich parametrów określających zakres akredytacji laboratorium pomiarowego).
- A7 Ocena najlepszej możliwości pomiarowej jest zadaniem jednostki akredytującej. Za wyjątkiem przypadku rozpatrywanego wyżej, oszacowanie niepewności pomiaru definiujące najlepszą możliwość pomiarową powinno odbywać się zgodnie z procedurą przedstawioną w niniejszym dokumencie. Należy ją podawać w taki sam sposób, jak wymagane jest w świadectwie wzorcowania, tzn. w postaci niepewności rozszerzonej, na ogół ze współczynnikiem rozszerzenia $k = 2$. (Tylko w wyjątkowych przypadkach, w których nie można przyjąć rozkładu normalnego, lub gdy niepewność ustalano na podstawie ograniczonej liczby danych, należy najlepszą możliwość pomiarową odnosić bezpośrednio do poziomu ufności około 95 %. Bliższe objaśnienia można znaleźć w rozdziale 5 tekstu podstawowego).
- A8 Podczas obliczania najlepszej możliwości pomiarowej należy uwzględnić wszystkie składniki mające istotny udział w niepewności pomiaru. Do obliczenia składowych, o których wiadomo, że zmieniają się w czasie w zależności od innych wielkości fizycznych, można określić granice ich możliwych zmian i przyjąć, że podczas normalnych warunków pracy granice te będą dotrzymane. Jeżeli np. wiadomo, że stosowany wzorec roboczy wykazuje dryft, to przy szacowaniu składowej niepewności wzorca roboczego należy uwzględnić składową niepewności spowodowaną dryftem pomiędzy kolejnymi wzorcowaniami.

- A9 W niektórych dziedzinach niepewność pomiaru może być zależna od dodatkowych parametrów, jak np. częstotliwość przyłączonego napięcia elektrycznego podczas wzorcowania oporników wzorcowych. Tego rodzaju dodatkowe parametry należy podawać wraz z odpowiednią wielkością mierzoną oraz określoną dla nich najlepszą możliwością pomiarową. Najlepszą możliwością pomiarową można często podawać jako funkcję tych parametrów.
- A10 Najlepsza możliwość pomiarowa na ogół powinna być podawana w postaci liczbowej. Jeżeli jest funkcją wielkości mierzonej (lub innego parametru), do której się odnosi, może być podawana również w postaci analitycznej. Wówczas może być celowym dołączeniem dodatkowego diagramu obrazującego przebieg takiej zależności. Zawsze musi być jednoznaczne, czy najlepsza możliwość pomiarowa jest podana jako wartość absolutna lub względna. (Podanie odpowiedniej jednostki miary zwykle wyjaśnia ewentualne wątpliwości, jednakże w przypadku wielkości bezwymiarowych konieczne jest podanie dodatkowych informacji).
- A11 Jakkolwiek ocena najlepszej możliwości pomiarowej powinna odbywać się zgodnie z procedurą opisaną w niniejszym dokumencie, to w tekście podstawowym znajduje się dodatkowe wymaganie mówiące o konieczności poparcia i potwierdzenia oceny najlepszej możliwości pomiarowej również dowodami eksperymentalnymi. Wymaganie takie oznacza, że jednostka akredytująca nie powinna polegać jedynie na przedstawieniu sposobu obliczania niepewności. Jednostka akredytująca powinna organizować lub nadzorować porównania międzylaboratoryjne, które dają podstawę do obliczania niepewności.

Załącznik B

*Słownik**

B1 średnia arytmetyczna ([3] definicja 2.26)

Suma wartości podzielona przez ich liczbę.

B2 najlepsza możliwość pomiarowa (rozdział 1)

Najmniejsza niepewność pomiaru, jaką dane laboratorium może osiągnąć w swoim zakresie akredytacji, jeżeli mniej lub bardziej rutynowo wykonuje wzorcowania prawie idealnych wzorców przeznaczonych do zdefiniowania, realizacji, przechowywania lub odtwarzania jednostki miary danej wielkości, jednej lub kilku jej wartości albo też wykonuje wzorcowanie prawie doskonałych przyrządów pomiarowych przeznaczonych do pomiaru tej wielkości.

B3 korelacja ([3], definicja 1.13)

Zależność między dwoma lub kilkoma zmiennymi losowymi w dwu lub więcej wymiarowym rozkładzie prawdopodobieństwa.

B4 współczynnik korelacji ([1] punkt C. 3.6.)

Miara względnej wzajemnej zależności dwóch zmiennych losowych, która jest równa stosunkowi kowariancji tych zmiennych losowych do dodatniego pierwiastka kwadratowego iloczynu ich wariancji.

B5 kowariancja ([1] punkt C. 3.4)

Miara wzajemnej zależności dwóch zmiennych losowych, która jest równa wartości oczekiwanej iloczynu odchyleń obu zmiennych losowych od ich wartości oczekiwanych.

B6 współczynnik rozszerzenia ([1] definicja 2.3.6)

Współczynnik liczbowy zastosowany jako mnożnik złożonej niepewności standardowej, w celu otrzymania niepewności rozszerzonej.

* Patrz również definicje podane w publikacjach Głównego Urzędu Miar: *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik i Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii* (przypis GUM).

B7 poziom ufności ([1] punkt 2.3.5, UWAGA 1)

Na ogół duża część rozkładu wartości uzyskanych z pomiaru, które w sposób uzasadniony mogą zostać przypisane wielkości mierzonej.

B8 odchylenie standardowe eksperymentalne ([2] definicja 3.8)

Dodatni pierwiastek kwadratowy wariancji eksperymentalnej.

B9 niepewność rozszerzona pomiaru ([1] definicja 2.3.5)

Wielkość definiująca przedział wartości wokół wyniku pomiaru, który zgodnie z oczekiwaniami może obejmować dużą część rozkładu wartości, które można w sposób uzasadniony przypisać wielkości mierzonej.

B10 wariancja eksperymentalna ([1] punkt 4.2.2)

Wielkość charakteryzująca rozrzut wyników w serii n obserwacji tej samej wielkości mierzonej, opisana równaniem (3.2) w tekście.

B11 estymata wielkości wejściowej ([1] punkt 4.1.4)

Oszacowana wartość wielkości wejściowej stosowana przy obliczaniu wyniku pomiaru.

B12 wielkość wejściowa ([1] punkt 4.1.2)

Wielkość, od której zależy wielkość mierzona i którą uwzględnia się w trakcie obliczania wyniku pomiaru.

B13 wielkość mierzona ([2] definicja 2.6)

Wielkość określona, stanowiąca przedmiot pomiaru.

B14 estymata wielkości wyjściowej ([1] punkt 4.1.4)

Wynik pomiaru obliczony z estymat wielkości wejściowych za pomocą funkcji pomiaru.

B15 wielkość wyjściowa ([1] punkt 4.1.4)

Wielkość reprezentująca wielkość mierzoną przy obliczaniu wyniku pomiaru.

B16 połączona estymata wariancji ([1] punkt 4.2.4)

Estymata wariancji eksperymentalnej otrzymana z dużych serii obserwacji tej samej wielkości mierzonej dla dobrze określonych pomiarów, prowadzonych pod kontrolą statystyczną.

B17 rozkład prawdopodobieństwa ([3] definicja 1.3)

Funkcja określająca prawdopodobieństwo, że zmienna losowa przyjmuje daną wartość lub wartość należącą do danego zbioru wartości.

B18 zmienna losowa ([3] definicja 1.2)

Zmienna, która przyjmuje dowolne wartości z określonego zbioru i z którą związany jest dany rozkład prawdopodobieństwa.

B19 względna niepewność standardowa ([1] punkt 5.1.6)

Niepewność standardowa wielkości podzielona przez estymatę tej wielkości.

B20 współczynnik wrażliwości związany z estymatą wielkości wyjściowej
([1] punkt 5.1.3)

Pochodna cząstkowa opisująca jak estymata wielkości wyjściowej zmienia się wraz ze zmianami wartości estymat wielkości wejściowych.

B21 odchylenie standardowe ([3] definicja 1.23)

Dodatni pierwiastek kwadratowy wariancji zmiennej losowej.

B22 niepewność standardowa pomiaru ([1] definicja 2.3.1)

Niepewność wyniku pomiaru wyrażona jako odchylenie standardowe.

B23 metoda typu A obliczania niepewności ([1] definicja 2.3.2)

Metoda obliczania niepewności pomiaru za pomocą analizy statystycznej serii pojedynczych obserwacji.

B24 metoda typu B obliczania niepewności ([1] definicja 2.3.3)

Metoda obliczania niepewności pomiaru za pomocą metod innych niż analiza statystyczna serii obserwacji.

B25 niepewność pomiaru ([2] definicja 3.9)

Parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

B26 wariancja ([3] definicja 1.22)

Wartość oczekiwana kwadratu odchylenia zmiennej losowej od jej wartości oczekiwanej.

Załącznik C

Źródła niepewności pomiaru

- C1 Niepewność wyniku pomiaru odzwierciedla brak dokładnej znajomości wartości wielkości mierzonej. Dokładna znajomość wartości wielkości mierzonej wymaga nieskończonej ilości informacji. Zjawiska wpływające na niepewność, a tym samym na fakt, że wyniku pomiaru nie można wyrazić za pomocą jedynej wartości, są nazywane źródłami niepewności. W praktyce istnieje wiele możliwych źródeł niepewności pomiaru [1], są to m.in.:
- (a) niepełna definicja wielkości mierzonej,
 - (b) niedoskonała realizacja definicji wielkości mierzonej,
 - (c) niereprezentatywne pobieranie próbek, tzn. mierzona próbka nie jest reprezentatywna dla definiowanej wielkości mierzonej,
 - (d) niepełna znajomość wpływu warunków środowiskowych na procedurę pomiarową lub niedoskonały pomiar parametrów charakteryzujących te warunki,
 - (e) subiektywne błędy w odczytywaniu wskazań przyrządów analogowych,
 - (f) skończona rozdzielczość lub próg pobudliwości przyrządu,
 - (g) niedokładnie znane wartości przypisane wzorcom i materiałom odniesienia,
 - (h) niedokładnie znane wartości stałych i innych parametrów, otrzymanych ze źródeł zewnętrznych i stosowanych w procedurach przetwarzania danych,
 - (i) upraszczające przybliżenia i założenia stosowane w metodach i procedurach pomiarowych,
 - (j) rozrzut wartości wielkości mierzonej uzyskanych podczas obserwacji powtarzanych w warunkach pozornie identycznych.
- C2 Źródła te niekoniecznie muszą być niezależne. Niektóre ze źródeł wymienione w punktach (a) do (i) mogą składać się na źródła wymienione w punkcie (j).

Załącznik D

Skorelowane wielkości wejściowe

- D1 Jeżeli wiadomo, że dwie wielkości wejściowe X_i i X_k są w pewnym stopniu skorelowane (tzn. jeżeli są w jakiś sposób wzajemnie zależne), to **kowariancję** związaną z obu estymatami x_i i x_k

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (D.1)$$

należy rozpatrywać jako dodatkową składową niepewności. Stopień korelacji określa **współczynnik korelacji** $r(x_i, x_k)$ (gdzie $i \neq k$ oraz $|r| \leq 1$).

- D2 W przypadku istnienia n niezależnych par równocześnie powtarzanych obserwacji dwóch wielkości P i Q , kowariancja związana ze średnimi arytmetycznymi \bar{p} i \bar{q} opisana jest równaniem

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (D.2)$$

i przez podstawienie współczynnik korelacji r może być obliczony z równania (D.1).

- D3 W przypadku wielkości wpływających korelacje można stwierdzić na podstawie nabytego doświadczenia. W przypadku korelacji równanie (4.1) należy zastąpić równaniem

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (D.3)$$

gdzie c_i i c_k są współczynnikami wrażliwości zdefiniowanymi równaniem (4.3) lub równaniem

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (D.4)$$

gdzie składniki $u_i(y)$ złożonej niepewności standardowej, związane z estymatą y wielkości wyjściowej, wynikające z niepewności standardowej estymaty x_i wielkości wejściowej, otrzymuje się z równania (4.2). Należy zwrócić uwagę na fakt, że drugie składniki sum w równaniach (D.3) lub (D.4) mogą być wartościami ujemnymi.

- D4 W praktyce wielkości wejściowe są często skorelowane, ponieważ do określania ich wartości stosowany jest ten sam fizyczny wzorec odniesienia, przyrząd pomiarowy, dane odniesienia lub nawet metoda pomiarowa charakteryzujące się znaczną niepewnością. Nie ograniczając ogólnego znaczenia przypuśćmy, że dwie wielkości

wejściowe X_1 i X_2 o estymatach x_1 i x_2 są zależne od zbioru zmiennych niezależnych Q_l ($l = 1, 2, \dots, L$)

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

choć niekoniecznie wszystkie zmienne Q_l ($l = 1, 2, \dots, L$) muszą występować w obu funkcjach równocześnie. Estymaty x_1 i x_2 wielkości wejściowych będą w pewnym stopniu skorelowane, nawet gdy estymaty q_l ($l = 1, 2, \dots, L$) są nieskorelowane. W tym przypadku kowariancję $u(x_1, x_2)$ związaną z estymatami x_1 i x_2 opisuje wyrażenie

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (\text{D.6})$$

gdzie c_{1l} i c_{2l} są współczynnikami wrażliwości wyznaczonymi z funkcji g_1 i g_2 w sposób analogiczny jak w równaniu (4.3). Kowariancja jest równa zero, jeżeli funkcje g_1 i g_2 nie mają żadnych wspólnych zmiennych, ponieważ tylko składniki, których współczynniki wrażliwości są różne od zera wpływają na sumę w równaniu (D.6). Współczynnik korelacji $r(x_1, x_2)$ związany z estymatami x_1 i x_2 jest określany za pomocą równań (D.6) i (D.1).

- D5 W poniższym przykładzie przedstawiono korelacje, które mogą występować podczas kalibracji dwóch wzorców roboczych, wzorcowanych przy użyciu takiego samego wzorca odniesienia.

Problem pomiarowy

Dwa wzorce X_1 i X_2 porównywane z wzorcem odniesienia Q_s za pomocą układu pomiarowego, umożliwiającego określenie różnicy z pomiędzy ich wartościami z niepewnością standardową $u(z)$. Wartość q_s wzorca odniesienia jest znana z niepewnością $u(q_s)$.

Model matematyczny

Estymaty x_1 i x_2 są zależne od wartości q_s wzorca odniesienia oraz obserwowanych różnic z_1 i z_2 zgodnie z wyrażeniami

$$\begin{aligned} x_1 &= q_s - z_1 \\ x_2 &= q_s - z_2 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Niepewności standardowe i kowariancje

Przypuśćmy, że estymaty z_1 , z_2 i q_s są nieskorelowane, ponieważ zostały wyznaczone podczas różnych pomiarów. Niepewności standardowe obliczono za pomocą równania (4.4) i kowariancję związaną z estymatami x_1 i x_2 obliczono z równania (D.6), przyjmując, że $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$

$$\begin{aligned}
 u^2(x_1) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\
 u^2(x_2) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\
 u(x_1, x_2) &= u^2(q_s)
 \end{aligned}
 \tag{D.8}$$

Wyprowadzony z tych wyników współczynnik korelacji wynosi

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \tag{D.9}$$

W zależności od stosunku niepewności standardowych $u(q_s)$ i $u(z)$ wartość tego wyrażenia zawiera się w granicach od 0 do +1.

D6 Przypadek opisany równaniem (D.5) jest jednym z przykładów, w którym można nie uwzględniać korelacji przy obliczaniu niepewności standardowej wielkości mierzonej, dokonując wyboru odpowiedniej funkcji pomiaru. Wprowadzając bezpośrednio niezależne zmienne Q_i , zastępujące pierwotne zmienne X_1 i X_2 , dla funkcji pomiaru f , zgodnie z równaniami (D.5), otrzymuje się nową funkcję pomiaru, która nie będzie zawierała skorelowanych zmiennych X_1 i X_2 .

D7 Istnieją jednak przypadki, w których korelacja pomiędzy dwoma wielkościami wejściowymi X_1 i X_2 jest nieunikniona, np. używając do wyznaczenia estymat x_1 i x_2 wielkości wejściowych takich samych przyrządów pomiarowych lub takich samych wzorców odniesienia, gdy nie można zastosować równań transformacji nowych zmiennych niezależnych. Jeżeli na dodatek nie jest dokładnie znany stopień korelacji, to może być użyteczna ocena maksymalnego wpływu, jaki ta korelacja może mieć przy górnej granicy estymaty niepewności standardowej wielkości mierzonej. Jeżeli nie jest konieczne uwzględnienie również innych korelacji to można użyć wyrażenia

$$u^2(y) \leq (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y) \tag{D.10}$$

gdzie $u_r(y)$ jest składową niepewności standardowej wszystkich pozostałych wielkości wejściowych, które przyjęto jako wielkości nieskorelowane.

Uwaga: Równanie (D.10) można względnie łatwo stosować również w przypadkach, w których występuje jedna lub kilka grup z dwoma lub kilkoma skorelowanymi wielkościami wejściowymi. W takim przypadku należy, dla każdej grupy skorelowanych wielkości, wprowadzić do równania (D.10) odpowiednią sumę dla najmniej korzystnego przypadku.

Załącznik E

Współczynniki rozszerzenia wyznaczone na podstawie wypadkowej liczby stopni swobody

- E1 Oszacowanie wartości współczynnika rozszerzenia k , odpowiadającego określonemu poziomowi ufności, wymaga uwzględnienia wiarygodności niepewności standardowej $u(y)$ związanej z estymatą y wielkości wyjściowej. Oznacza to, że należy ocenić, jak dobrze zostało za pomocą estymaty $u(y)$ oszacowane odchylenie standardowe związane z wynikiem pomiaru. Dla estymaty odchylenia standardowego rozkładu normalnego, miarą wiarygodności są stopnie swobody tej estymaty, zależne od liczności odpowiedniej próbki losowej. Podobnie wypadkowa liczba stopni swobody v_{eff} jest właściwą miarą wiarygodności niepewności standardowej związanej z estymatą wielkości wyjściowej. Z dobrym przybliżeniem jest ona opisana odpowiednią kombinacją wypadkowej liczby stopni swobody różnych składników niepewności $u_i(y)$.
- E2 Jeżeli spełnione są warunki centralnego twierdzenia granicznego, to procedura obliczenia odpowiedniego współczynnika rozszerzenia k składa się z trzech następujących etapów:
- określenie niepewności standardowej związanej z estymatą wielkości wyjściowej zgodnie z metodą opisaną szczegółowo w rozdziale 7,
 - oszacowanie wypadkowej liczby stopni swobody v_{eff} niepewności standardowej $u(y)$, związanej z estymatą y wielkości wyjściowej otrzymaną ze wzoru Welch-Satterthwaite'a

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (\text{E.1})$$

gdzie $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) są zdefiniowanymi w równaniu (4.2) składnikami złożonej niepewności standardowej związanej z estymatą y wielkości wyjściowej. Składniki te wynikają z niepewności standardowej związanej z estymatami x_i wielkości wejściowych rozpatrywanymi jako wzajemnie statystycznie niezależne; v_i jest wypadkową liczbą stopni swobody niepewności $u_i(y)$.

Dla niepewności standardowej $u(\bar{q})$ obliczonej metodą typu A, zgodnie z punktem 3.1, liczba stopni swobody wynosi $v_i = n - 1$. Ustalenie liczby stopni swobody, odpowiadającej niepewności standardowej $u(x_i)$ otrzymanej metodą typu B, jest w dużym stopniu problematyczne. Jednakże, w powszechnej

praktyce, przyjmuje się taki sposób postępowania, aby uniknąć sytuacji niedoszacowania przedziału zmienności. Jeżeli np. określano górne i dolne granice a_+ i a_- , to są one z reguły dobierane, tak aby prawdopodobieństwo, że dana wielkość znajdzie się poza tymi granicami, było bardzo małe. Przy takim założeniu można przyjąć, że liczba stopni swobody niepewności standardowej $u(x_i)$ określonej metodą typu B: $\nu_i \rightarrow \infty$.

- (c) Określenie współczynnika rozszerzenia k na podstawie przedstawionej poniżej Tabl. E.1. Tabela ta jest oparta na rozkładzie t -Studenta, określonym dla poziomu ufności 95,45 %. Jeżeli ν_{eff} nie jest liczbą całkowitą, co zdarza się najczęściej, należy ν_{eff} zaokrąglić do najbliższej mniejszej liczby całkowitej.

Tabela E.1. Współczynniki rozszerzenia k dla różnych wypadkowych liczb stopni swobody ν_{eff}

ν_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

SUPLEMENT 1

Przykłady

Spis treści

S1	Wprowadzenie	33
S2	Wzorcowanie odważnika o wartości nominalnej 10 kg	34
S3	Wzorcowanie opornika wzorcowego o rezystancji nominalnej 10 k Ω	37
S4	Wzorcowanie płytki wzorcowej o długości nominalnej 50 mm	41
S5	Wzorcowanie termoelementu typu N w temperaturze 1000 °C	45
S6	Wzorcowanie czujnika mocy przy częstotliwości 18 GHz	50
S7	Wzorcowanie współosiowego tłumika nastawnego o skokowej regulacji tłumienia dla nastawy 30 dB (straty przyrostowe)	55

S1 Wprowadzenie

- S1.1 Opisane w niniejszym suplemencie przykłady przedstawiają metody obliczania niepewności pomiaru. Bardziej typowe i reprezentatywne procedury dla poszczególnych dziedzin pomiarowych powinny być opracowane przez grupy specjalistów zajmujących się tymi dziedzinami. Przedstawione tu przykłady mogą jednak służyć jako ogólne instrukcje dotyczące sposobu wyznaczania niepewności pomiaru.
- S1.2 Przykłady opracowano w oparciu o projekty przygotowane przez grupę ekspertów EA. Projekty te uproszczono i ujednolicono, tak aby były zrozumiałe dla pracowników laboratoriów zajmujących się wszelkimi rodzajami pomiarów. Autorzy niniejszego opracowania mają nadzieję, że przedstawione przykłady przyczynią się do lepszego zrozumienia sposobów tworzenia modeli pomiaru oraz ujednolicenia procedur obliczania niepewności pomiaru w różnych dziedzinach pomiarowych.
- S1.3 Składowe niepewności oraz wartości przedstawiane w przytoczonych przykładach nie powinny być uznawane jako wartości zalecane lub preferowane. Laboratoria powinny określić składowe niepewności na podstawie funkcji pomiaru, którą stosują w procedurach pomiarowych, a niepewność wyniku pomiaru podawać na wydawanym świadectwie wzorcowania. We wszystkich przedstawionych przykładach spełnione są wszystkie warunki, określone w punkcie 5 podstawowej części opracowania, uzasadniające stosowanie standardowego współczynnika rozszerzenia $k = 2$.
- S1.4 Poszczególne przykłady zostały opracowane zgodnie z ogólnym schematem przedstawionym w punkcie 7 podstawowej części opracowania, dotyczącym szczegółowej procedury obliczania niepewności pomiaru i zawierają:
- tytuł procedury,
 - ogólny opis problemu pomiarowego,
 - model matematyczny pomiaru wraz z wykazem użytych symboli wielkości,
 - szczegółową listę danych wejściowych wraz z krótkim opisem sposobu ich oszacowania,
 - zbiór obserwacji wraz z oceną ich parametrów statystycznych,
 - budżet niepewności w formie tabeli,
 - niepewność rozszerzoną pomiaru,
 - podanie pełnego wyniku pomiaru.
- S1.5 Zakłada się, że zostaną wydane następne suplementy, które zawierać będą dalsze przykłady obliczania niepewności pomiaru, dotyczące wzorcowania przyrządów. Przykłady takie można również znaleźć w dokumentach EAL odnoszących się do wzorcowania szczególnych typów przyrządów pomiarowych.

S2 Wzorcowanie odważnika o wartości nominalnej 10 kg

S2.1 Wzorcowania odważnika o wartości nominalnej 10 kg, klasy M_1 (wg OIML) dokonuje się poprzez porównanie z wzorcem kontrolnym klasy F_2 (wg OIML) o tej samej wartości nominalnej, stosując komparator masy, którego charakterystykę metrologiczną określono wcześniej.

S2.2 Nieznaną masę umowną m_X można określić z równania

$$m_X = m_S + \delta m_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \quad (\text{S2.1})$$

gdzie:

m_S – masa umowna wzorca kontrolnego,

δm_D – dryft wartości masy wzorca kontrolnego od jego ostatniego wzorcowania,

δm – zaobserwowana różnica mas wzorca kontrolnego i odważnika,

δm_C – poprawka na niecentryczność i wpływy magnetyczne,

δB – poprawka na wypór powietrza.

S2.3 **Wzorzec odniesienia** (m_S): świadectwo wzorcowania wzorca kontrolnego podaje wartość masy 10 000,005 g z niepewnością rozszerzoną wynoszącą 45 mg ($k = 2$).

S2.4 **Dryft wartości masy wzorca** (δm_D): dryft masy umownej wzorca kontrolnego został oszacowany na podstawie poprzednich wzorcowań i wynosi 0 ± 15 mg.

S2.5 **Komparator** (δm , δm_C): podczas wcześniejszych pomiarów, mających na celu określenie powtarzalności wyznaczania różnicy mas dwóch odważników o tej samej nominalnej wartości, określono połączoną estymatę odchylenia standardowego, wynoszącą 25 mg. Dla komparatora nie stosowano żadnej poprawki, zmiany spowodowane niecentrycznością oraz wpływem magnetyzmu oszacowano na ± 10 mg przyjmując rozkład prostokątny prawdopodobieństwa.

S2.6 **Wypór powietrza** (δB): nie określono poprawki na wypór powietrza, oszacowano, że wartości graniczne odchyłeń, spowodowanych tym zjawiskiem, wynoszą $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ wartości nominalnej.

S2.7 **Korelacja**: żadna z rozpatrywanych wielkości wejściowych nie jest w istotnym stopniu ze sobą skorelowana.

S2.8 **Pomiary**: wykonano trzy obserwacje różnicy masy pomiędzy odważnikiem badanym i kontrolnym, stosując metodę podstawiania według następującego schematu: KBBK KBBK KBBK:

nr pomiaru	odważnik	wskazanie	różnica
1	kontrolny	+ 0,010 g	
	badany	+ 0,020 g	
	badany	+ 0,025 g	
2	kontrolny	+ 0,015 g	+ 0,01 g
	badany	+ 0,025 g	
	badany	+ 0,050 g	
3	kontrolny	+ 0,055 g	
	badany	+ 0,020 g	+ 0,03 g
	badany	+ 0,025 g	
	kontrolny	+ 0,025 g	
	badany	+ 0,045 g	
	badany	+ 0,040 g	
	kontrolny	+ 0,020 g	+ 0,02 g

średnia arytmetyczna:

$$\overline{\delta m} = 0,020 \text{ g}$$

estymata połączona odchylenia standardowego

(uzyskana na podstawie wcześniejszych pomiarów):

$$s_p(\delta m) = 25 \text{ mg}$$

niepewność standardowa:

$$u(\delta m) = s(\overline{\delta m}) = \frac{25 \text{ mg}}{\sqrt{3}} = 14,4 \text{ mg}$$

S2.9 Budżet niepewności (m_X):

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
m_S	10 000,005 g	22,5 mg	normalny	1,0	22,5 mg
δm_D	0,000 g	8,95 mg	prostokątny	1,0	8,95 mg
δm	0,020 g	14,4 mg	normalny	1,0	14,4 mg
δm_C	0,000 g	5,77 mg	prostokątny	1,0	5,77 mg
δB	0,000 g	5,77 mg	prostokątny	1,0	5,77 mg
m_X	10 000,025 g				29,3 mg

S2.10 Niepewność rozszerzona

$$U = k \cdot u(m_X) = 2 \cdot 29,3 \text{ mg} \cong 59 \text{ mg}$$

S2.11 Zapis wyniku pomiaru

Wyznaczona masa odważnika o wartości nominalnej 10 kg wynosi 10,000 025 kg ± 59 mg.

Podana rozszerzona niepewność pomiaru została określona jako niepewność standardowa pomiaru pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, co dla rozkładu normalnego jest równoznaczne z poziomem ufności wynoszącym w przybliżeniu 95 %.

S3 Wzorcowanie opornika wzorcowego o rezystancji nominalnej 10 kΩ

S3.1 Rezystancję czterozaciskowego opornika wzorcowego określano metodą bezpośredniego podstawiania, stosując multimetr cyfrowy o szerokim zakresie wskazań (7 i ½ cyfry) oraz wzorcowy czterozaciskowy opornik odniesienia o wartości nominalnej identycznej z wartością nominalną wzorcowego opornika badanego. Oporniki zanurzono do jednorodnej kąpieli olejowej o temperaturze 23 °C, sprawdzanej za pomocą centralnie umieszczonego szklanego termometru rtęciowego. Przed pomiarem oporniki zostały odpowiednio wystabilizowane. Zaciski każdego opornika po kolei podłączano do zacisków multimetru cyfrowego. Prąd pomiarowy o natężeniu 100 μA, dla zakresu pomiarowego multimetru cyfrowego 10 kΩ, jest wystarczająco mały, aby nie powodować zauważalnego samonagrzewania się oporników. Stosowana procedura pomiarowa gwarantuje również, że wpływ rezystancji połączeń oporników na wynik pomiaru można uważać za nieistotny.

S3.2 Rezystancję R_X wzorcowego opornika badanego opisuje równanie

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) r_C r - \delta R_{TX} \quad (\text{S3.1})$$

gdzie:

R_S – rezystancja wzorcowego opornika odniesienia,

δR_D – dryft rezystancji opornika odniesienia od ostatniego wzorcowania,

δR_{TS} – zmiana rezystancji opornika odniesienia spowodowana zmianą temperatury,

$r = R_{iX}/R_{iS}$ – iloraz wskazań rezystancji opornika badanego do rezystancji opornika odniesienia,

r_C – współczynnik poprawkowy na napięcie pasożytnicze i rozdzielczość przyrządu,

δR_{TX} – zmiana rezystancji badanego opornika spowodowana zmianą temperatury.

S3.3 **Worzec odniesienia (R_S):** w świadectwie wzorcowania wzorca odniesienia podano wartość rezystancji $10\,000,053\ \Omega \pm 5\ \text{m}\Omega$ ($k = 2$) w temperaturze odniesienia 23 °C.

S3.4 **Dryft wartości wzorca (δR_D):** dryft rezystancji wzorca odniesienia w okresie od ostatniego wzorcowania oszacowany na podstawie danych z wcześniejszych wzorcowania wynosi $+20\ \text{m}\Omega$ z odchyleniem w granicach $\pm 10\ \text{m}\Omega$.

S3.5 **Poprawki na temperaturę (δR_{TS} , δR_{TX}):** temperatura kąpieli olejowej, wynosząca 23 °C, mierzona jest za pomocą wywzorcowanego termometru. Na podstawie charakterystyki metrologicznej termometru oraz gradientu temperatury w kąpieli olejowej oszacowano, że temperatura oporników nie różni się od temperatury wskazanej o więcej niż $\pm 0,055\ \text{K}$. Na podstawie znanej wartości temperaturowego współ-

czynnika rezystancji opornika odniesienia, wynoszącej $5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, oszacowano, że odchylenia od rezystancji podanej w świadectwie wzorcowania dla tego opornika mogą zmieniać się w granicach $\pm 2,75 \text{ m}\Omega$. Na podstawie danych producenta oszacowano, że współczynnik temperaturowy rezystancji badanego opornika nie przekracza $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, a zatem zmiany rezystancji tego opornika spowodowane zmianami temperatury mieszczą się w granicach $\pm 5,5 \text{ m}\Omega$.

- S3.6 **Pomiary rezystancji (r_c):** ponieważ do pomiaru obu rezystancji R_{iX} i R_{iS} użyto tego samego multimetru cyfrowego, to składowe ich niepewności są skorelowane. Korelacja w tym przypadku powoduje zmniejszenie niepewności, w związku z tym należy jedynie uwzględnić względną różnicę wskazań rezystancji spowodowaną oddziaływaniami systematycznymi, takimi jak napięcie pasożytnicze i rozdzielczość przyrządu (patrz punkt S3.12). Wartości graniczne tych oddziaływań oszacowano na poziomie $\pm 0,5 \cdot 10^{-6}$ dla każdego wskazania. Przyjęto trójkątny rozkład prawdopodobieństwa z wartością oczekiwaną 1,000 000 0 oraz granicami zmienności $\pm 1,0 \cdot 10^{-6}$.
- S3.7 **Korelacja:** żadnej z wielkości wejściowych nie rozpatrywano jako wielkości w istotnym stopniu skorelowanej.
- S3.8 **Pomiary:** przeprowadzono pięć pomiarów w celu określenia ilorazu r :

Nr pomiaru	Iloraz r
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

średnia arytmetyczna: $\bar{r} = 1,000 010 5$

odchylenie standardowe eksperymentalne: $s(r) = 0,158 \cdot 10^{-6}$

niepewność standardowa: $u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \cdot 10^{-6}$

S3.9 Budżet niepewności (R_X):

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
R_S	10 000,053 Ω	2,5 m Ω	normalny	1,0	2,5 m Ω
δR_D	0,020 Ω	5,8 m Ω	prostokątny	1,0	5,8 m Ω
δR_{TS}	0,000 Ω	1,6 m Ω	prostokątny	1,0	1,6 m Ω
δR_{TX}	0,000 Ω	3,2 m Ω	prostokątny	1,0	3,2 m Ω
r_C	1,000 000 0	$0,41 \cdot 10^{-6}$	trójkątny	10 000 Ω	4,1 m Ω
r	1,000 010 5	$0,07 \cdot 10^{-6}$	normalny	10 000 Ω	0,7 m Ω
R_X	10 000,178 Ω				8,33 m Ω

S3.10 Niepewność rozszerzona

$$U = k \cdot u(R_X) = 2 \cdot 8,33 \text{ m}\Omega \cong 17 \text{ m}\Omega$$

S3.11 Zapis wyniku pomiaru

Zmierzona wartość rezystancji opornika o nominalnej wartości 10 k Ω w temperaturze pomiaru 23 $^{\circ}\text{C}$ i dla prądu pomiarowego 100 μA wynosi $(10\,000,178 \pm 0,017) \Omega$.

Podana niepewność rozszerzona pomiaru została określona jako niepewność standardowa pomiaru pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, co dla rozkładu normalnego jest równoznaczne z poziomem ufności wynoszącym w przybliżeniu 95 %.

S3.12 Uwaga matematyczna dotycząca wyznaczenia niepewności standardowej pomiaru ilorazu r_C : oporniki badany i odniesienia mają prawie identyczną rezystancję. Przyjmując liniową aproksymację dla odchyłek rezystancji spowodowanych wskazaniami R_{iX} i R_{iS} otrzymujemy

$$R'_X = R_{iX} \left(1 + \frac{\delta R'_X}{R} \right) \tag{S3.2}$$

$$R'_S = R_{iS} \left(1 + \frac{\delta R'_S}{R} \right)$$

gdzie R jest wartością nominalną oporników, a $\delta R'_X$ i $\delta R'_S$ nieznanymi odchyleniami. Stosunek rezystancji tych dwóch oporników wynosi

$$\frac{R'_X}{R'_S} = r r_C \quad (\text{S3.3})$$

gdzie r jest stosunkiem wskazań rezystancji opornika badanego do rezystancji opornika odniesienia

$$r = \frac{R_{ix}}{R_{is}} \quad (\text{S3.4})$$

oraz r_C jest współczynnikiem poprawkowym (liniowa aproksymacja odchyleń)

$$r_C = 1 + \frac{\delta R'_X - \delta R'_S}{R} \quad (\text{S3.5})$$

Biorąc pod uwagę fakt, że do wzoru (S3.5) wchodzi różnica odchyleń, na wynik pomiaru nie wpływają skorelowane składowe oddziaływań systematycznych wynikających z wybranego zakresu multimetru cyfrowego. Niepewność standardowa współczynnika poprawkowego określona jest tylko odchyleniami nieskorelowanymi, będącymi wynikiem oddziaływań pasożytniczych oraz rozdzielczości multimetru cyfrowego. Zakładając, że $u(\delta R'_X) = u(\delta R'_S) = u(\delta R')$ to

$$u^2(r_C) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2} \quad (\text{S3.6})$$

S4 Wzorcowanie płytki wzorcowej o długości nominalnej 50 mm

- S4.1 Wzorcowanie płytki wzorcowej klasy 0 (ISO 3650) o długości nominalnej 50 mm przeprowadza się za pomocą komparatora poprzez porównanie z płytką wzorcową kontrolną o tej samej długości nominalnej i wykonaną z tego samego materiału. Różnica długości środkowej jest określana w położeniu pionowym obu płytek za pomocą dwóch czujników stykających się z górną i dolną powierzchnią pomiarową. Rzeczywistą długość wzorcowanej płytki wzorcowej l'_X porównywanej z rzeczywistą długością wzorcowej płytki odniesienia l'_S można wyrazić równaniem

$$l'_X = l'_S + \delta l \quad (\text{S4.1})$$

gdzie δl jest mierzoną różnicą długości, a l'_X i l'_S są długościami płytek wzorcowych w warunkach pomiaru, tj. przy temperaturze, która ze względu na niepewność pomiaru temperatury w laboratorium może nie być identyczna z temperaturą odniesienia dla pomiarów długości.

- S4.2 Długość l_X płytki wzorcowanej w temperaturze odniesienia otrzymuje się z wyrażenia

$$l_X = l_S + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \cdot \delta t + \delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}) - \delta l_V \quad (\text{S4.2})$$

gdzie:

l_S – długość płytki kontrolnej w temperaturze odniesienia $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, podana w świadectwie wzorcowania,

δl_D – zmiana długości płytki kontrolnej od ostatniego wzorcowania spowodowana dryftem,

δl – zmierzona różnica długości obu płytek,

δl_C – poprawka na nieliniowość i niedokładności ustawienia komparatora,

L – nominalna długość płytki wzorcowej,

$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_X + \alpha_S}{2}$ – wartość średnia współczynników rozszerzalności cieplnej obu płytek wzorcowych,

$\delta t = t_X - t_S$ – różnica temperatur płytek wzorcowych,

$\delta \alpha = \alpha_X - \alpha_S$ – różnica współczynników rozszerzalności cieplnej płytek wzorcowych,

$\Delta \bar{t} = \frac{t_X - t_S}{2} - t_0$ – odchylenie średniej temperatury płytki wzorcowanej i kontrolnej od temperatury odniesienia (t_0),

δl_V – poprawka na niecentryczność styku z powierzchniami pomiarowymi płytki wzorcowanej.

- S4.3 **Wzorzec odniesienia (l_S):** długość płytki kontrolnej wraz z niepewnością rozszerzoną podana jest w świadectwie wzorcowania kompletu płytek wzorcowych i wynosi $50,000\ 02\ \text{mm} \pm 30\ \text{nm}$ ($k = 2$).
- S4.4 **Dryft płytki kontrolnej (δl_D):** dryft długości płytki kontrolnej oszacowano na podstawie poprzednich wzorcowań i stwierdzono, że wynosi $0 \pm 30\ \text{nm}$. Ogólne doświadczenia z tego typu płytkami wzorcowymi pozwalają stwierdzić, że najbardziej prawdopodobna jest zerowa wartość dryftu i można przyjąć dla niej trójkątny rozkład prawdopodobieństwa.
- S4.5 **Komparator (δl_C):** sprawdzano, że komparator spełnia wymagania określone w EAL-G21. W oparciu o ten fakt można stwierdzić, że dla różnic długości D wynoszących do $\pm 10\ \mu\text{m}$, poprawki dla stwierdzonych różnic długości wynoszą $\pm (30\ \text{nm} + 0,02 \cdot |D|)$. Uwzględniając tolerancję płytki wzorcowej klasy 0 oraz płytki odniesienia klasy K, największa różnica ich długości będzie wynosić $\pm 1\ \mu\text{m}$, a poprawka na nieliniowość i niedokładność ustawienia komparatora będzie zawierać się w granicach $\pm 32\ \text{nm}$.
- S4.6 **Poprawki ze względu na temperaturę ($\bar{\alpha}$, δt , $\delta \alpha$, $\Delta \bar{t}$):** przed wzorcowaniem należy zapewnić takie warunki, aby temperatura płytek wzorcowych była zgodna z temperaturą w pomieszczeniu pomiarowym. Szczątkowe różnice pomiędzy temperaturą płytki wzorcowanej a temperaturą płytki kontrolnej oszacowano na $\pm 0,05\ \text{K}$. Na podstawie danych zawartych w świadectwie wzorcowania płytki kontrolnej oraz danych producenta płytki wzorcowanej założono, że liniowe współczynniki rozszerzalności cieplnej płytek wzorcowych stalowych mieszczą się w granicach $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6}\ \text{°C}^{-1}$. Łącząc dwa rozkłady prostokątne różnica liniowych współczynników rozszerzalności cieplnej przyjmuje kształt rozkładu trójkątnego o granicach $\pm 2 \cdot 10^{-6}\ \text{°C}^{-1}$. Odchylenie średniej temperatury pomiaru od temperatury odniesienia $t_0 = 20\ \text{°C}$ oszacowano jako wartość mieszczącą się w przedziale $\pm 0,5\ \text{°C}$. Najlepszą wartością oszacowaną dla różnicy liniowych współczynników rozszerzalności cieplnej i odchylenia średniej temperatury pomiaru od temperatury odniesienia jest zero. Ponieważ przy szacowaniu składników niepewności należy brać pod uwagę wyrazy drugiego rzędu, zmusza to do uwzględnienia iloczynu niepewności standardowych związanych z czynnikami członu $\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}$ w równaniu (S4.2) (patrz punkt S4.13, równanie (S4.5)). Końcowa niepewność standardowa wynosi $u(\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}) = 0,236 \cdot 10^{-6}$.
- S4.7 **Odchylenie długości płytki (δl_V):** dla płytek wzorcowych klasy 0 odchylenie długości płytki, określane na podstawie pomiarów wykonanych w środku i w czterech rogach płytki, powinno znajdować się w przedziale $\pm 0,12\ \mu\text{m}$ (ISO 3650). Zakładając, że odchylenie to będzie występować na powierzchniach pomiarowych wzdłuż krótszej krawędzi o długości 9 mm i że długość środkową mierzono wewnątrz okręgu o promieniu 0,5 mm, to poprawkę na nieosiowość punktów styku oszacowano jako znajdującą się w przedziale $\pm 6,7\ \text{nm}$.
- S4.8 **Korelacja:** żadnej z wielkości wejściowych nie rozpatrywano jako wielkości w istotnym stopniu skorelowanej.

S4.9 **Pomiary (Δl):** przeprowadzono następujące pomiary różnic pomiędzy długością płytki wzorcowanej i płytki kontrolnej. Przed każdym odczytem komparator zerowano na wzorcu odniesienia.

Numer pomiaru	Wartość zmierzona
1	– 100 nm
2	– 90 nm
3	– 80 nm
4	– 90 nm
5	– 100 nm

średnia arytmetyczna:

$$\bar{\delta l} = -94 \text{ nm}$$

połączona estymata odchylenia standardowego

(uzyskana z wcześniejszych pomiarów):

$$s_p(\delta l) = 12 \text{ nm}$$

niepewność standardowa:

$$u(\delta l) = s(\bar{\delta l}) = \frac{12 \text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ nm}$$

Połączoną estymatę odchylenia standardowego przyjęto na podstawie badań przeprowadzonych w celu potwierdzenia zgodności komparatora z wymaganiami EAL-G21.

S4.10 **Budżet niepewności (δl_X):**

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
l_S	50,000 020 mm	15 nm	normalny	1,0	15,0 nm
δl_D	0 mm	17,3 nm	prostokątny	1,0	17,3 nm
δl	– 0,000 094 mm	5,37 nm	normalny	1,0	5,37 nm
δl_C	0 mm	18,5 nm	prostokątny	1,0	18,5 nm
δt	0 °C	0,0289 °C	prostokątny	– 575 nm °C ⁻¹	– 16,6 nm
$\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}$	0	$0,236 \cdot 10^{-6}$	—	50 mm	– 11,8 nm
δl_V	0 mm	3,87 nm	prostokątny	– 1,0	– 3,87 nm
l_X	49,999 926 mm				36,4 nm

S4.11 **Niepewność rozszerzona**

$$U = k \cdot u(l_X) = 2 \cdot 36,4 \text{ nm} \cong 73 \text{ nm}$$

S4.12 **Zapis wyniku pomiaru**

Zmierzona wartość płytki wzorcowej o długości nominalnej 50 mm wynosi 49,999 926 mm \pm 73 nm.

Podana niepewność rozszerzona pomiaru została określona jako niepewność standardowa pomiaru pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, który dla rozkładu normalnego jest równoznaczny z poziomem ufności wynoszącym w przybliżeniu 95 %.

S4.13 **Uwaga matematyczna dotycząca niepewności standardowej pomiaru iloczynu dwóch wielkości o wartości oczekiwanej równej zero:** jeżeli rozpatrywano iloczyn dwóch wielkości, to w przypadku, gdy jedna lub obie wartości oczekiwane mnożników tego iloczynu są równe zero, konieczne jest zmodyfikowanie stosowanej zwykle metody wyznaczania składników niepewności polegającej na linearyzacji funkcji pomiaru. Jeżeli mnożniki iloczynu są statystycznie niezależne i ich wartości oczekiwane są różne od zera, to kwadrat względnej niepewności standardowej pomiaru (wariancja względna) związany z iloczynem można wyrazić bez linearyzacji za pomocą kwadratów względnych niepewności standardowych związanych z wartościami oczekiwanymi mnożników

$$w^2(x_1 \cdot x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \cdot w^2(x_2) \quad (\text{S4.2})$$

Stosując definicję względnej niepewności standardowej pomiaru, równanie to można łatwo przekształcić do postaci

$$u^2(x_1 \cdot x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.3})$$

Jeżeli niepewności standardowe $u(x_1)$ i $u(x_2)$ związane z wartościami oczekiwanymi x_1 i x_2 są znacznie mniejsze niż odpowiednie moduły wartości oczekiwanych, to trzeci człon prawej strony równania (S4.4) można pominąć. Równanie wynikowe przedstawia wówczas zwykły przypadek oparty na linearyzacji funkcji pomiaru.

Jeżeli jednak jeden z modułów wartości oczekiwanych, np. $|x_2|$ jest znacznie mniejszy niż niepewność standardowa $u(x_2)$ związana z wartością oczekiwaną lub równy zero, to iloczyn będący pierwszym członem równania (S4.4) można pominąć. Równanie końcowe wówczas przyjmie postać:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.4})$$

Jeżeli oba moduły wartości oczekiwanych są znacznie mniejsze od związanych z nimi niepewności standardowych lub równe zero, jedynie trzeci człon równania (S4.4) daje istotny wkład do niepewności:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.5})$$

S5 Wzorcowanie termoelementu typu N w temperaturze 1000 °C

S5.1 Wzorcowanie termoelementu typu N wykonuje się przez porównanie z dwoma termoelementami kontrolnymi typu R w poziomym piecu, w temperaturze 1000 °C. Powstającą w obwodach termoelementów siłę termoelektryczną mierzono woltomierzem cyfrowym poprzez rewersyjny przełącznik wielopozycyjny. Spoiny odniesienia wszystkich termoelementów umieszczono w temperaturze 0 °C. Wzorcowany termoelement jest połączony z punktami odniesienia poprzez przewody kompensacyjne.

S5.2 Temperatura t_X spoiny pomiarowej wzorcowanego termoelementu dana jest wyrażeniem

$$t_X = t_S \left(V_{iS} + \delta V_{iS1} + \delta V_{iS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}} \right) + \delta t_D + \delta t_F$$

$$\cong t_S(V_{iS}) + C_S \cdot \delta V_{iS1} + C_S \cdot \delta V_{iS2} + C_S \cdot \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}} \delta t_{0S} + \delta t_D + \delta t_F \quad (S5.1)$$

S5.3 Napięcie V_X powstające w obwodzie termoelementu podczas wzorcowania, gdy temperatura spoiny odniesienia wynosi 0 °C, dane jest wyrażeniem

$$V_X(t) \cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} = V_{iX} + \delta V_{iX1} + \delta V_{iX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \quad (S5.2)$$

gdzie:

- $t_S(V)$ – temperatura termoelementu kontrolnego wyrażona jako napięcie, przy temperaturze spoiny odniesienia 0 °C. Zależność funkcyjną podano w świadectwie wzorcowania,
- V_{iS}, V_{iX} – wskazania woltomierza,
- $\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$ – poprawki wskazania woltomierza ustalone podczas jego wzorcowania,
- $\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$ – poprawki napięć spowodowane ograniczoną rozdzielczością woltomierza,
- δV_R – poprawka spowodowana zmianami napięcia powstającymi na zaciskach przełącznika wielopozycyjnego,
- $\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$ – poprawki spowodowane odchyleniem temperatury odniesienia od temperatury 0 °C,
- C_S, C_X – napięciowe czułości termoelementów w mierzonej temperaturze równej 1000 °C,
- C_{S0}, C_{X0} – napięciowe czułości termoelementów w temperaturze odniesienia równej 0 °C,
- δt_D – zmiana wskazań termometrów odniesienia od ich ostatniego wzorcowania, spowodowana dryftem,
- δt_F – poprawka temperatury uwzględniająca niejednorodność temperatury w piecu grzejnym,

t – temperatura, w której wzorcowany jest termoelement (punkt wzorcowania),

$\Delta t = t - t_X$ – odchylenie temperatury punktu wzorcowania od temperatury rzeczywistej w piecu,

δV_{LX} – poprawka napięcia spowodowana oddziaływaniami przewodów kompensacyjnych.

- S5.4 Podawanym wynikiem jest siła termoelektryczna powstająca w obwodzie termoelementu, zależna od temperatury jego spoiny pomiarowej. Ponieważ proces pomiarowy składa się z dwóch etapów – określania temperatury rzeczywistej w piecu oraz określania siły termoelektrycznej wzorcowanego termoelementu – wyznaczenie niepewności jest również podzielone na dwie części.
- S5.5 **Wzorce kontrolne ($t_S(V)$):** termoelementy kontrolne posiadają świadectwa wzorcowania zawierające zależność temperatury ich spoin pomiarowych (przy temperaturze spoiny odniesienia równej $0\text{ }^\circ\text{C}$) od napięć powstających w obwodach termoelementów. Niepewność rozszerzona w temperaturze pomiaru $1000\text{ }^\circ\text{C}$ wynosi $U = 0,3\text{ }^\circ\text{C}$ ($k = 2$).
- S5.6 **Wzorcowanie woltomierza ($\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$):** przeprowadzono wzorcowanie woltomierza. Wszystkie wyniki pomiarów napięcia są odpowiednio korygowane. Świadectwo wzorcowania podaje dla napięć niższych niż 50 mV stałą niepewność rozszerzoną $U = 2\text{ }\mu\text{V}$ ($k = 2$).
- S5.7 **Rozdzielczość woltomierza ($\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$):** do pomiarów użyto $4\text{ i } \frac{1}{2}$ cyfrowego mikrowoltomierza w zakresie pomiarowym 10 mV i granicach rozdzielczości $\pm 0,5\text{ }\mu\text{V}$ dla każdego wskazania.
- S5.8 **Napięcie pasożytnicze (δV_R):** oszacowano, że szczątkowe napięcie pasożytnicze, powstające na zaciskach przełącznika wynosi $(0 \pm 2)\text{ }\mu\text{V}$.
- S5.9 **Temperatury odniesienia ($\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$):** temperatura punktu odniesienia dla każdego termoelementu wynosi $(0 \pm 0,1)\text{ }^\circ\text{C}$.
- S5.10 **Napięciowe czułości termoelementów (C_S, C_X, C_{S0}, C_{X0}):** czułości termoelementów odczytano z tablic odniesienia:

	1000 °C	0 °C
termoelement kontrolny	$C_S = 0,077\text{ }^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	$C_{S0} = 0,189\text{ }^\circ\text{C}/\mu\text{V}$
termoelement wzorcowany	$C_X = 0,026\text{ }^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	$C_{X0} = 0,039\text{ }^\circ\text{C}/\mu\text{V}$

- S5.11 **Dryft termoelementów kontrolnych (δt_D):** na podstawie przeprowadzonych wcześniej wzorcowień oszacowano, że dryft termoelementów kontrolnych wynosi $(0 \pm 0,3)\text{ }^\circ\text{C}$.
- S5.12 **Gradyenty temperatury (δt_F):** zmierzono gradienty temperatury wewnątrz pieca. Przy temperaturze $1000\text{ }^\circ\text{C}$ odchylenie uwzględniające niejednorodność temperatury w strefie pomiarowej wynosi $\pm 1\text{ }^\circ\text{C}$.

- S5.13 **Przewody kompensacyjne (δV_{LX}):** przewody kompensacyjne sprawdzono w zakresie temperatur od 0 °C do 40 °C. Na podstawie tych badań oszacowano, że różnice napięć pomiędzy przewodami kompensacyjnymi i termoelektrodami termoelementów znajdują się w przedziale $\pm 5 \mu V$.
- S5.14 **Pomiary (V_{is} , $t_S(V_{is})$, V_{ix}):** wskazania woltomierza rejestrowane są zgodnie z przedstawioną poniżej procedurą. Dla każdego termoelementu wykonano cztery odczyty napięcia, co zredukuje wpływ dryftu temperatury źródła ciepła (pieca) oraz wpływ napięcia pasożytniczego w obwodzie pomiarowym:
- I cykl:**
I termoelement kontrolny, termoelement wzorcowany, II termoelement kontrolny,
II termoelement kontrolny, termoelement wzorcowany, I termoelement kontrolny.
Zmiana biegunowości (polaryzacji).
- II cykl:**
I termoelement kontrolny, termoelement wzorcowany, II termoelement kontrolny,
II termoelement kontrolny, termoelement wzorcowany, I termoelement kontrolny.
- S5.15 Procedura wymaga, aby różnica pomiędzy dwoma termoelementami kontrolnymi nie była większa niż $\pm 0,3 \text{ }^\circ\text{C}$. Jeżeli różnica przekracza tę wartość graniczną, pomiary należy powtórzyć oraz/lub zbadać przyczyny jej powstania.

Termoelement	I termoelement kontrolny	termoelement wzorcowany	II termoelement kontrolny
Wskazane napięcie, po uwzględnieniu poprawek	+10500 μV	+36245 μV	+10503 μV
	+10503 μV	+36248 μV	+10503 μV
	- 10503 μV	- 36248 μV	- 10505 μV
	- 10504 μV	- 36251 μV	- 10505 μV
Wartość średnia napięcia	10502,5 μV	36248 μV	10504 μV
Temperatura spoiny pomiarowej	1000,4 °C		1000,6 °C
Temperatura w piecu		1000,5 °C	

- S5.16 Z czterech wskazań każdego termoelementu, przedstawionych w powyższej tabeli, określono wartość średnią napięcia każdego termoelementu. Wartości napięcia powstającego w obwodach termoelementów kontrolnych przekształcono w wartości temperatury stosując funkcję opisującą zależność temperatury i napięcia, podaną w ich świadectwach wzorcowania. Obserwowane wartości temperatury są w dużym stopniu skorelowane (współczynnik korelacji jest bliski jedności). Z tego powodu, obliczając ich wartość średnią, złączono je tylko w jedną obserwację. Temperaturę tę rozpatrywano dalej jako temperaturę w piecu, w miejscu, w którym umieszczono wzorcowany termoelement. W podobny sposób otrzymano następnie tylko jedną obserwację napięcia wzorcowanego termoelementu. W celu oszacowania niepewności pomiaru związanej z tymi obserwacjami przeprowadzono wcześniej, w takiej samej tempera-

turze, serię dziesięciu pomiarów. Z takiej serii pomiarów otrzymano połączoną estymatę odchylenia standardowego temperatury w piecu oraz napięcia w obwodzie wzorcowanego termoelementu.

Odpowiednie niepewności standardowe wielkości mierzonych wynoszą:

połączona estymata odchylenia standardowego: $s_p(t_S) = 0,10 \text{ }^\circ\text{C}$

niepewność standardowa: $u(t_S) = \frac{s_p(t_S)}{\sqrt{1}} = 0,10 \text{ }^\circ\text{C}$

połączona estymata odchylenia standardowego: $s_p(V_{iX}) = 1,6 \text{ } \mu\text{V}$

niepewność standardowa: $u(V_{iX}) = \frac{s_p(V_{iX})}{\sqrt{1}} = 1,6 \text{ } \mu\text{V}$

S5.17 Budżet niepewności (temperatura t_X w piecu):

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
t_S	1000,5 $^\circ\text{C}$	0,10 $^\circ\text{C}$	normalny	1,0	0,10 $^\circ\text{C}$
δV_{iS1}	0 μV	1,00 μV	normalny	0,077 $^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	0,077 $^\circ\text{C}$
δV_{iS2}	0 μV	0,29 μV	prostokątny	0,077 $^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	0,022 $^\circ\text{C}$
δV_R	0 μV	1,15 μV	prostokątny	0,077 $^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	0,089 $^\circ\text{C}$
δt_{0S}	0 $^\circ\text{C}$	0,058 $^\circ\text{C}$	prostokątny	-0,407	-0,024 $^\circ\text{C}$
δt_S	0 $^\circ\text{C}$	0,15 $^\circ\text{C}$	normalny	1,0	0,15 $^\circ\text{C}$
δt_D	0 $^\circ\text{C}$	0,173 $^\circ\text{C}$	prostokątny	1,0	0,173 $^\circ\text{C}$
δt_F	0 $^\circ\text{C}$	0,577 $^\circ\text{C}$	prostokątny	1,0	0,577 $^\circ\text{C}$
t_X	1000,5 $^\circ\text{C}$				0,641 $^\circ\text{C}$

S5.18 Budżet niepewności (siła termoelektryczna V_X wzorcowanego termoelementu):

niepewność standardowa związana z odchyleniem temperatury punktu wzorcowania od temperatury w piecu jest niepewnością standardową związaną z temperaturą w piecu, ponieważ temperatura punktu wzorcowania jest wartością zdefiniowaną (dokładnie znaną).

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
V_{iX}	36 248 μV	1,60 μV	normalny	1,0	1,60 μV
δV_{iX1}	0 μV	1,00 μV	normalny	1,0	1,00 μV
δV_{iX2}	0 μV	0,29 μV	prostokątny	1,0	0,29 μV
δV_R	0 μV	1,15 μV	prostokątny	1,0	1,15 μV
δV_{LX}	0 μV	2,9 μV	prostokątny	1,0	2,9 μV
Δt	0,5 $^{\circ}\text{C}$	0,641 $^{\circ}\text{C}$	normalny	38,5 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$	24,5 μV
δt_{0X}	0 $^{\circ}\text{C}$	0,058 $^{\circ}\text{C}$	prostokątny	- 25,6 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$	- 1,48 μV
V_X	36 229 μV				25,0 μV

S5.19 Niepewności rozszerzone

Niepewność rozszerzona związana z pomiarem temperatury w piecu wynosi

$$U = k \cdot u(t_X) = 2 \cdot 0,641 \text{ } ^{\circ}\text{C} \cong 1,3 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Niepewność rozszerzona związana z wartością siły termoelektrycznej wzorcowanego termoelementu

$$U = k \cdot u(V_X) = 2 \cdot 25,0 \text{ } \mu\text{V} \cong 50 \text{ } \mu\text{V}$$

S5.20 Zapis wyniku pomiaru

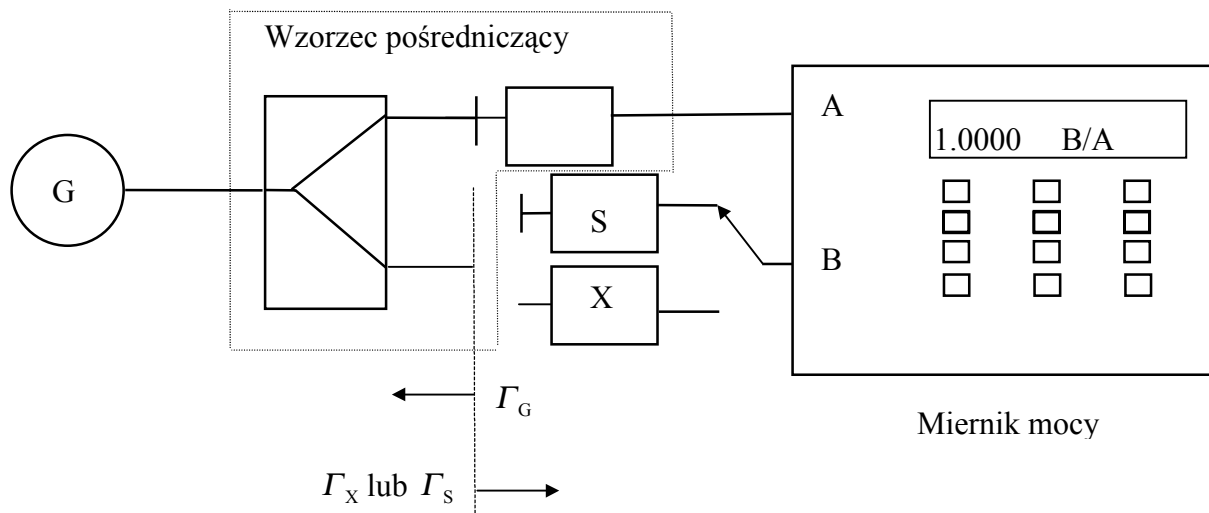
Siła termoelektryczna termoelement typu N w temperaturze 1000 $^{\circ}\text{C}$, przy temperaturze spoiny odniesienia 0 $^{\circ}\text{C}$, wynosi 36 230 $\mu\text{V} \pm 50 \text{ } \mu\text{V}$.

Podana niepewność rozszerzona pomiaru została określona jako niepewność standardowa pomiaru pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, który dla rozkładu normalnego jest równoznaczny z poziomem ufności wynoszącym w przybliżeniu 95 %.

S6 Wzorcowanie czujnika mocy przy częstotliwości 18 GHz

S6.1 Pomiar dotyczy wzorcowania czujnika mocy w odniesieniu do czujnika mocy użytego jako czujnik kontrolny. Oba czujniki są na zmianę podłączane do stabilnego wzorca pośredniczącego o znanym małym współczynniku odbicia. Pomiar jest wykonywany przy współczynniku wzorcowania, który jest zdefiniowany jako stosunek mocy padającej przy częstotliwości odniesienia 50 MHz, do mocy padającej przy częstotliwości wzorcowania pod warunkiem, że obie moce padające powodują identyczną reakcję czujnika mocy. Dla każdej częstotliwości, za pomocą miernika podwójnego umożliwiającego pomiar ilorazu mocy, określa się stosunek mocy czujnika wzorcowanego odpowiednio do czujnika kontrolnego i do wewnętrznego czujnika stanowiącego część wzorca pośredniczącego.

S6.2 Schemat układu pomiarowego



S6.3 Wielkość K , nazwana przez niektórych producentów „współczynnikiem wzorcowania”, jest zdefiniowana jako

$$K = \frac{P_{lr}}{P_{lc}} = \frac{(1 + |\Gamma_r|^2) P_{Ar}}{(1 + |\Gamma_c|^2) P_{Ac}} \quad (S6.1)$$

dla jednakowego wskazania mocy miernika

gdzie:

P_{lr} – moc padająca przy częstotliwości odniesienia (50 MHz),

P_{lc} – moc padająca przy częstotliwości wzorcowania,

Γ_r – współczynnik napięcia odbicia czujnika przy częstotliwości odniesienia,

- Γ_c – współczynnik napięcia odbicia czujnika przy częstotliwości wzorcowania,
 P_{Ar} – moc absorbowana przez czujnik przy częstotliwości odniesienia,
 P_{Ac} – moc absorbowana przez czujnik przy częstotliwości wzorcowania.

S6.4 Współczynnik czujnika wzorcowanego opisany jest zależnością

$$K_x = (K_S + \delta K_D) \frac{M_{Sr} M_{Xc}}{M_{Sc} M_{Xr}} p_{Cr} p_{Cc} p \quad (S6.2)$$

gdzie:

- K_S – współczynnik wzorcowania kontrolnego czujnika mocy,
 δK_D – zmiana współczynnika wzorcowania kontrolnego czujnika mocy od jego ostatniego wzorcowania spowodowana dryftem,
 M_{Sr} – współczynnik niedopasowania czujnika kontrolnego przy częstotliwości odniesienia,
 M_{Sc} – współczynnik niedopasowania czujnika kontrolnego przy częstotliwości wzorcowania,
 M_{Xr} – współczynnik niedopasowania czujnika wzorcowanego przy częstotliwości odniesienia,
 M_{Xc} – współczynnik niedopasowania czujnika wzorcowanego przy częstotliwości wzorcowania,
 p_{Cr} – współczynnik poprawkowy uwzględniający nieliniowość i ograniczoną rozdzielczość miernika mocy dla ilorazu poziomu mocy przy częstotliwości odniesienia,
 p_{Cc} – współczynnik poprawkowy uwzględniający nieliniowość i ograniczoną rozdzielczość miernika mocy dla ilorazu poziomu mocy przy częstotliwości wzorcowania,
 p – iloraz współczynników mocy otrzymany z równania

$$p = \frac{p_{Sr} p_{Xc}}{p_{Sc} p_{Xr}}$$

gdzie:

- p_{Sr} – współczynnik mocy dla czujnika kontrolnego przy częstotliwości odniesienia,
 p_{Sc} – współczynnik mocy dla czujnika kontrolnego przy częstotliwości wzorcowania,
 p_{Xr} – współczynnik mocy dla czujnika wzorcowanego przy częstotliwości odniesienia,
 p_{Xc} – współczynnik mocy dla czujnika wzorcowanego przy częstotliwości wzorcowania.

- S6.5 **Czujnik kontrolny (K_S):** czujnik kontrolny był wzorcowany sześć miesięcy przed użyciem go do wzorcowania wzorcowanego czujnika mocy. Wartość współczynnika wzorcowania, podana w świadectwie wzorcowania wyniosła $(95,7 \pm 1,1) \%$ ($k = 2$), co również można wyrazić jako $0,957 \pm 0,011$.
- S6.6 **Dryft wzorca (δK_D):** dryft współczynnika wzorcowania wzorca odniesienia oszacowano na podstawie wykonywanych corocznie wzorcowań jako $-0,002$ na rok z odchyleniem $\pm 0,004$. Na podstawie tych wartości oszacowano dryft czujnika kontrolnego (wzorcowanego pół roku wcześniej) jako równy $-0,001$ z odchyleniem $\pm 0,002$.
- S6.7 **Liniowość i rozdzielczość miernika mocy (p_{Cr} , p_{Cc}):** wartości wskazywane przez miernik mocy z powodu jego nieliniowości, dla stosunku poziomu mocy przy częstotliwości odniesienia są obciążone niepewnością rozszerzoną $0,002$ ($k = 2$) oraz, dla stosunku poziomu mocy przy częstotliwości wzorcowania, niepewnością $0,0002$ ($k = 2$). Wartości te otrzymano podczas wcześniejszych pomiarów. Z powodu użycia tego samego miernika mocy do określenia obu wartości p_S i p_X , składowe niepewności przy częstotliwości odniesienia i częstotliwości wzorcowania są skorelowane. Ponieważ rozważane są stosunki mocy dla obu częstotliwości, korelacja powoduje zmniejszenie niepewności. Z tego powodu należy rozważać jedynie względną różnicę wskazań, powstającą na skutek oddziaływań systematycznych (patrz uwaga w punkcie S3.12). Wynika stąd niepewność standardowa $0,00142$ związana ze współczynnikiem poprawkowym p_{Cr} oraz niepewność standardowa $0,000142$ związana ze współczynnikiem poprawkowym p_{Cc} .

Niepewność rozszerzona ustalona dla wskazań miernika mocy zawiera wpływy nieliniowości i rozdzielczości. Wpływy liniowości są skorelowane, podczas gdy wpływy rozdzielczości są nieskorelowane. Jak pokazano w S3.12 zastosowanie ilorazu mocy eliminuje wpływ korelacji i zmniejsza niepewność standardową pomiaru związaną z tym ilorazem. W przedstawionych powyżej obliczeniach oddzielnie skorelowane i nieskorelowane składowe nie są znane i podane wartości są górnymi granicami niepewności standardowej związanej z ilorazami. Budżet niepewności ostatecznie pokazuje, że składowe wynikające z tych ilorazów są nieistotne, co uzasadnia zastosowaną aproksymację.

- S6.8 **Współczynniki niedopasowania (M_{Sr} , M_{Sc} , M_{Xr} , M_{Xc}):** jeżeli układ pomiarowy z wzorcem pośredniczącym nie jest precyzyjnie dopasowany i nie są znane fazy współczynników odbicia wzorca pośredniczącego, wówczas niepewność będzie spowodowana niedopasowaniem każdego czujnika przy częstotliwości odniesienia i przy częstotliwości wzorcowania. Odpowiednie granice odchylenia należy obliczyć dla częstotliwości odniesienia i częstotliwości wzorcowania z następującej zależności:

$$M_{S,X} = 1 \pm 2 \left| \Gamma_G \right| \left| \Gamma_{S,X} \right| \quad (S6.3)$$

gdzie moduły współczynników odbicia wzorca pośredniczącego, czujnika kontrolnego i czujnika wzorcowanego wynoszą:

	50 MHz	18 GHz
$ \Gamma_G $	0,02	0,07
$ \Gamma_S $	0,02	0,10
$ \Gamma_X $	0,02	0,12

Rozkład prawdopodobieństwa poszczególnych składowych jest typu U. W związku z tym przy obliczaniu wariancji iloraz 1/3, typowy dla rozkładu prostokątnego należy zastąpić ilorazem 1/2, przyjmując połówkową wartość graniczną. Niepewność standardową spowodowaną niedopasowaniem otrzymuje się z

$$u(M_{s,x}) = \frac{2|\Gamma_G||\Gamma_S|}{\sqrt{2}} \quad (\text{S6.4})$$

Uwaga: Wartości współczynników odbicia są wynikami pomiarów, które również obarczone są niepewnością. Niepewność ta jest pierwiastkiem kwadratowym sumy kwadratu niepewności pomiaru i kwadratu wartości zmierzonej.

S6.9 **Korelacja:** żadnej z wielkości wejściowych nie rozpatrywano jako wielkości w istotnym stopniu skorelowanej.

S6.10 **Pomiary (p):** przeprowadzono trzy oddzielne odczyty. W celu uwzględnienia powtarzalności połączenia za każdym razem wykonuje się rozłączenie i ponowne połączenie obu czujników (kontrolnego i wzorcowanego) do wzorca pośredniczącego. Odczyty wskazań miernika mocy użyte do obliczenia ilorazu p są następujące:

nr obs.	p_{Sr}	p_{Sc}	p_{Xr}	p_{Xc}	p
1	1,0001	0,9924	1,0001	0,9698	0,9772
2	1,0000	0,9942	1,0000	0,9615	0,9671
3	0,9999	0,9953	1,0001	0,9792	0,9836

średnia arytmetyczna:

$$\bar{p} = 0,9760$$

odchylenie standardowe eksperymentalne:

$$s(p) = 0,0083$$

niepewność standardowa:

$$u(p) = s(\bar{p}) = \frac{0,0083}{\sqrt{3}} = 0,0048$$

S6.11 Budżet niepewności (K_X):

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
K_S	0,957	0,0055	normalny	0,976	0,00537
δK_D	-0,001	0,0012	prostokątny	0,976	0,00113
M_{Sr}	1,000	0,0006	typu U	0,933	0,00053
M_{Sc}	1,000	0,0099	typu U	-0,933	0,00924
M_{Xr}	1,000	0,0006	typu U	-0,933	-0,00053
M_{Xc}	1,000	0,0119	typu U	0,933	0,01110
p_{Cr}	1,000	0,0014	normalny	0,933	0,00132
p_{Cc}	1,000	0,0001	normalny	0,933	0,00013
p	0,976	0,0048	normalny	0,956	0,00459
K_X	0,933				0,01623

S6.12 Niepewność rozszerzona

$$U = k \cdot u(K_X) = 2 \cdot 0,01623 \cong 0,032$$

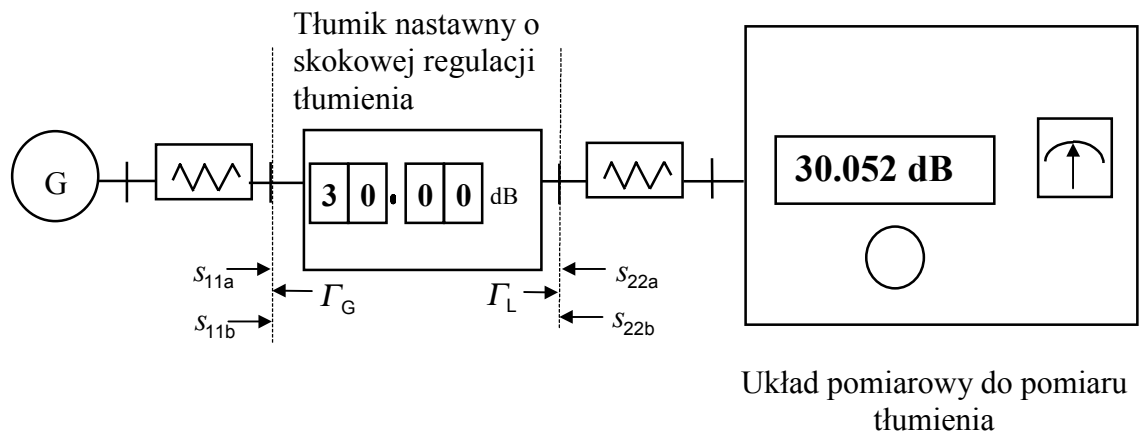
S6.13 **Zapis wyniku pomiaru:** współczynnik wzorcowania czujnika mocy przy częstotliwości 18 GHz wynosi $0,933 \pm 0,032$, co może być również wyrażone jako $(93,9 \pm 3,2) \%$.

Podana niepewność rozszerzona pomiaru została ustalona jako niepewność standardowa pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k=2$, co dla rozkładu normalnego odpowiada poziomowi ufności około 95 %.

S7 Wzorcowanie współosiowego tłumika nastawnego o skokowej regulacji tłumienia dla nastawy 30 dB (straty przyrostowe)

S7.1 Pomiar dotyczy wzorcowania współosiowego tłumika nastawnego o skokowej regulacji tłumienia przy częstotliwości 10 GHz. Do pomiaru wykorzystano układ pomiarowy zawierający kalibrowany współosiowy tłumik nastawny o skokowej regulacji tłumienia działający jako tłumienie odniesienia. Metoda pomiarowa polega na określeniu tłumienia pomiędzy dopasowanym źródłem i dopasowanym obciążeniem. Wzorcowany współosiowy tłumik nastawny o skokowej regulacji tłumienia jest przełączany pomiędzy nastawami 0 dB i 30 dB i podczas pomiaru określana jest wartość tłumienia (straty przyrostowe). Układ pomiarowy do pomiaru tłumienia zawiera cyfrowy wyświetlacz oraz analogowy detektor zera, służący do sygnalizacji warunku równowagi.

S7.2 Schemat układu pomiarowego:



S7.3 Tłumienie L_X wzorcowanego tłumika jest określone z następującego wyrażenia

$$L_X = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{ib} - \delta L_{ia} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \quad (S7.1)$$

gdzie:

$L_S = L_{ib} - L_{ia}$ – różnica tłumienia tłumika odniesienia,

L_{ia} – wskazane tłumienie wzorcowanego tłumika dla nastawy 0 dB,

L_{ib} – wskazane tłumienie wzorcowanego tłumika dla nastawy 30 dB,

δL_S – poprawka wyznaczona podczas wzorcowania tłumika odniesienia,

δL_D – zmiana tłumienia tłumika odniesienia w okresie od jego ostatniego wzorcowania, spowodowana dryftem,

δL_M – poprawka spowodowana stratami niedopasowania,

δL_K – poprawka na przesłuch pomiędzy wejściem i wyjściem wzorcowanego tłumika spowodowana niedoskonałą izolacją,

$\delta L_{ia}, \delta L_{ib}$ – poprawka spowodowana ograniczoną rozdzielczością detektora odniesienia dla nastaw 0 dB i 30 dB,

$\delta L_{0a}, \delta L_{0b}$ – poprawki spowodowane ograniczoną rozdzielczością detektora zera dla nastaw 0 dB i 30 dB.

S7.4 Tłumik odniesienia (δL_S): w świadectwie wzorcowania tłumika odniesienia podano wartość tłumienia 30,003 dB, przy 10 GHz dla nastawy 30,000 dB, i niepewność rozszerzoną pomiaru 0,005 dB ($k = 2$). Poprawka +0,003 i jej niepewność rozszerzona pomiaru 0,005 dB ($k = 2$) są rozważane dla tych przypadków, gdy nastawy tłumienia tłumika odniesienia nie różnią się o więcej niż $\pm 0,1$ dB od nastawy tłumika wzorcowanego, wynoszącej 30,000 dB.

S7.5 Dryft odniesienia (δL_D): dryft tłumienia tłumika odniesienia oszacowano na podstawie danych z wcześniejszych wzorcowań i ustalono, że wynosi $0 \pm 0,002$ dB.

S7.6 Straty niedopasowania (δL_M): współczynniki odbicia źródła i obciążenia w płaszczyznach połączenia tłumika wzorcowanego zoptymalizowano poprzez dopasowanie impedancji, tak by uzyskać możliwie najmniejsze wartości. Zmierzono te moduły oraz moduły współczynników rozproszenia wzorcowanego tłumika, ale nie mierzone fazy. Bez informacji dotyczących faz nie można wyznaczyć poprawki na niedopasowanie. Niepewność standardową (w dB) spowodowaną niepełną wiedzą o dopasowaniu można oszacować za pomocą następującego równania [1]

$$u(\delta L_M) = \frac{8,686}{\sqrt{2}} \sqrt{|\Gamma_S|^2 (|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2) + |\Gamma_L|^2 (|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2) + |\Gamma_S|^2 \cdot |\Gamma_L|^2 (|s_{21a}|^4 + |s_{21b}|^4)} \quad (\text{S7.2})$$

Po podstawieniu współczynników odbicia źródła i obciążenia równych

$$\Gamma_S = 0,03 \text{ i } \Gamma_L = 0,03$$

oraz współczynników rozproszenia wzorcowanego tłumika przy 10 GHz:

	0 dB	30 dB
s_{11}	0,05	0,09
s_{22}	0,01	0,01
s_{21}	0,95	0,031

otrzymujemy $u(\delta L_M) = 0,02$ dB.

Uwaga: Wartości współczynników rozproszenia i odbicia są wynikami pomiarów, które nie są dokładnie znane. Zostało to uwzględnione przez dodanie pod pierwiastkiem kwadratowym kwadratu niepewności wyniku pomiaru i kwadratu wartości zmierzonej.

- S7.7 **Poprawka na przesłuch** (δL_K): przesłuch sygnałów we wzorcowanym tłumiku oszacowano na podstawie pomiarów wykonanych przy nastawie 0 dB, 100 dB poniżej poziomu sygnału mierzonego. Z danych tych oszacowano dla nastawy 30 dB poprawkę na przesłuch w granicach $\pm 0,003$ dB.
- S7.8 **Rozdzielczość nastaw tłumika odniesienia** (δL_{ia} , δL_{ib}): cyfrowy odczyt tłumika odniesienia ma rozdzielczość 0,001 dB, z której można oszacować poprawkę na rozdzielczość wynoszącą $\pm 0,0005$ dB.
- S7.9 **Rozdzielczość detektora zera** (δL_{0a} , δL_{0b}): na podstawie wcześniej przeprowadzonych obliczeń ustalono, że rozdzielczość detektora zera charakteryzuje się odchyleniem standardowym 0,002 dB dla każdego odczytu, przy założeniu rozkładu normalnego.
- S7.10 **Korelacja**: żadnej z wielkości wejściowych nie rozpatrywano jako wielkości w istotnym stopniu skorelowanej.
- S7.11 **Pomiary**: przeprowadzono cztery obserwacje strat przyrostowych pomiędzy nastawami 0 dB i 30 dB wzorcowanego tłumika:

Nr obserwacji	wartości obserwowane dla nastawy	
	0 dB	30 dB
1	0,000 dB	30,033 dB
2	0,000 dB	30,058 dB
3	0,000 dB	30,018 dB
4	0,000 dB	30,052 dB

średnia arytmetyczna:

$$\bar{L}_S = 30,040 \text{ dB}$$

odchylenie standardowe eksperymentalne:

$$s(L_S) = 0,018 \text{ dB}$$

niepewność standardowa:

$$u(L_S) = s(\bar{L}_S) = \frac{0,018 \text{ dB}}{\sqrt{4}} = 0,009 \text{ dB}$$

S7.12 Budżet niepewności (L_X):

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
L_S	30,040 dB	0,0090 dB	normalny	1,0	0,0090 dB
δL_S	0,003 dB	0,0025 dB	prostokątny	1,0	0,0025 dB
δL_D	0 dB	0,0011 dB	typu U	1,0	0,0011 dB
δL_M	0 dB	0,0200 dB	typu U	1,0	0,0200 dB
δL_K	0 dB	0,0017 dB	typu U	1,0	0,0017 dB
δL_{ia}	0 dB	0,0003 dB	typu U	- 1,0	- 0,0003 dB
δL_{ib}	0 dB	0,0003 dB	prostokątny	1,0	0,0019 dB
δL_{0a}	0 dB	0,0020 dB	prostokątny	- 1,0	0,0020 dB
δL_{0b}	0 dB	0,0020 dB	normalny	1,0	- 0,0020 dB
L_X	30,043 dB				0,0224 dB

S7.13 Niepewność rozszerzona

$$U = k \cdot u(L_X) = 2 \cdot 0,0224 \text{ dB} \cong 0,045 \text{ dB}$$

S7.14 Zapis wyniku pomiaru

Wartość zmierzona tłumika nastawnego o skokowej regulacji tłumienia dla nastawy 30 dB przy częstotliwości 10 GHz wynosi $(30,043 \pm 0,045)$ dB.

Podana niepewność rozszerzona jest wyrażona jako odchylenie standardowe pomnożone przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, co dla rozkładu normalnego odpowiada poziomowi ufności około 95 %.

S7.15 Literatura

- [1] Harris, I. A., Warner, F. L.: Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation. In: IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, Febr. 1981

SUPLEMENT 2

Przykłady

Spis treści

S8	Wstęp	61
S9	Wzorcowanie ręcznego multimetru cyfrowego dla napięcia 100 V	65
S10	Wzorcowanie suwmiarki z noniuszem	70
S11	Wzorcowanie kalibratora temperatury w temperaturze 180 °C	76
S12	Wzorcowanie wodomierza przeznaczonego do użytku w gospodarstwie domowym	80
S13	Wzorcowanie pierścienia wzorcowego o średnicy nominalnej 90 mm	82

S8 Wstęp

- S8.1 Przykłady zamieszczone w niniejszym Suplemencie dobrano z zamiarem rozszerzenia listy przykładów ilustrujących metodę obliczania niepewności pomiaru. Uzupełniają one przykłady podane w Suplemencie 1. Niniejszy zbiór skupia się na sytuacjach, w których mamy do czynienia z przeważającą wartością jednego lub dwóch członów równania propagacji niepewności i z małą liczbą powtarzanych pomiarów w próbie.
- S8.2 Przykłady dobrano, tak aby pokazać sytuacje spotykane w praktyce pomiarowej. Należy jednak podkreślić, że w przypadkach, gdy celem jest praktyczne zastosowanie omawianej metody, nie ma potrzeby gruntownego zapoznawania się z podstawami matematycznymi przedstawionymi w tych przykładach, a w szczególności w uwagach dołączonych do niektórych z nich. Autorzy zachęcają raczej czytelnika do zastosowania wyników wywodu teoretycznego po zapoznaniu się z warunkami, które muszą być w tym celu spełnione. Jeżeli w danej sytuacji jest pewne, że wyniki pomiarów mają rozkład na przykład prostokątny (taki przypadek będzie miał miejsce, jeżeli w równaniu propagacji niepewności pozostanie do uwzględnienia tylko jeden wyraz, charakteryzujący się rozkładem prostokątnym), można wówczas przyjąć, że współczynnik rozszerzenia wyniesie $k = 1,65$, dla poziomu ufności 95 % (por. punkt S9.14).
- S8.3 Ogólnym wnioskiem wynikającym z zasady propagacji niepewności jest stwierdzenie, że w przypadku tylko jednej składowej dominującej pod względem wartości rozkład tej składowej jest jednocześnie rozkładem wyniku pomiaru. Jak zwykle, w celu obliczenia niepewności wyniku pomiaru należy użyć odpowiedniego współczynnika wrażliwości.
- S8.4 Trzeba dodać, że w sytuacji, gdy w równaniu niepewności występuje jeden lub niewiele członów, które wymagają uwzględnienia przy obliczaniu niepewności pomiaru, co ma miejsce dla mniej skomplikowanych przyrządów pomiarowych, to człon dominujący związany jest z rozdzielczością przyrządu. Może się zatem wydawać paradoksalne, że obliczanie niepewności pomiaru w przypadku mniej skomplikowanych przyrządów pomiarowych jest – o czym świadczą przykłady zamieszczone w niniejszym Suplemencie – bardziej skomplikowane niż dla przykładów z Suplementu 1, dla których zastosowano prostsze procedury. Należy jednak pamiętać, że rozwiązania matematyczne, które niektórzy czytelnicy mogą uznać za utrudnienie, zamieszczono dla celów dydaktycznych tam, gdzie są potrzebne do bezpośredniego wyjaśniania zastosowanych metod obliczeniowych, a nie przedstawiono ich w podstawowym dokumencie.
- S8.5 Przykłady opierają się na projektach przygotowanych przez zespoły specjalistów EA. Propozycje te uproszczono i ujednolicono, tak aby były zrozumiałe dla pracowników laboratoriów we wszystkich dziedzinach związanych z wzorcowaniem. Autorzy żywią nadzieję, że prezentowany w niniejszym Suplemencie zbiór przykładów, podobnie jak poprzedzający go zbiór opublikowany jako Suplement 1, przyczyni się do lepszego zrozumienia szczegółów tworzenia modelu pomiarowego i do ujednolicenia metody obliczania niepewności pomiarów, niezależnie od dziedziny, której dotyczy wzorcowanie.
- S8.6 Rodzaje składowych niepewności pomiaru oraz ich wartości liczbowe podane w przykładach nie mają na celu sugerowania jakichkolwiek wymagań, czy to obowiązkowych, czy w formie preferencji. Laboratoria powinny określać składowe niepewności na

podstawie funkcji pomiaru, którą stosują do obliczeń w przypadku określonego wzorcowania i podać obliczoną niepewność pomiaru w wydawanym przez siebie świadectwie wzorcowania.

- S8.7 Przykłady opracowano zgodnie ze schematem ogólnym zastosowanym w Suplemencie 1. Czytelnik znajdzie szczegóły w punkcie S1.4 cytowanego opracowania.
- S8.8 Przeprowadzona w przykładach analiza niepewności ma odzwierciedlać fizyczne podstawy określonego procesu pomiarowego oraz metody obliczania wyników pomiaru i związanej z nimi niepewności. Dla uczynienia jej przejrzystą także dla tych, którzy nie są specjalistami w określonej dziedzinie pomiarowej, w wyborze symboli poszczególnych wielkości zastosowano ujednoliconą metodykę uwzględniającą bardziej podstawy fizyczne, niż bieżącą praktykę stosowaną w różnych dziedzinach pomiarów.
- S8.9 We wszystkich rozpatrywanych przypadkach występują wielkości różnych rodzajów. Jedną z nich jest wielkość mierzona, drugą – wielkość reprezentowana przez wzorzec roboczy, który odtwarza określoną jej miarę; z tą wielkością porównuje się wielkość mierzona. Oprócz tych dwóch wielkości, we wszystkich przypadkach mamy do czynienia z kilkoma innymi, które pełnią rolę wielkości dodatkowych lub poprawek.
- S8.10 Poprawki opisują brak równości między wielkością mierzoną a wynikiem pomiaru. Niekiedy wartość poprawki wynika z ostatecznego wyniku pomiaru, tj. z wartości otrzymanej w wyniku pomiaru i związanej z nim niepewności pomiaru. W innych przypadkach rozkład wartości poprawek przyjmuje się na podstawie mniej lub bardziej gruntownej wiedzy na temat ich charakteru. W większości przypadków takie postępowanie prowadzi do oszacowania granic, wewnątrz których mieści się wartość nieznanego odchylenia.
- S8.11 W niektórych przypadkach wielkość reprezentowaną przez wzorzec roboczy charakteryzuje się za pomocą wartości nominalnej. W ten sposób wartości nominalne, które – ogólnie mówiąc – charakteryzują czy identyfikują wzorce i przyrządy pomiarowe stosowane do wzorcowania, często biorą udział w analizie niepewności.
- S8.12 Dla zasygnalizowania różnicy między tymi pojęciami w matematycznych modelach obliczeniowych, zastosowanych w przytoczonych przykładach, posłużono się wyjaśnionymi poniżej regułami dotyczącymi symboliki. Jest sprawą oczywistą, iż ściśle przestrzeganie takich reguł nie jest możliwe, ponieważ różne dziedziny pomiarowe stosują różną praktykę w kwestii użycia symboli.
- S8.13 Zastosowana notacja wprowadza rozróżnienie między wartościami głównymi, wartościami nominalnymi, wartościami poprawek i wartościami granicznymi. Wartości główne są to wartości mierzone czy obserwowane, które stanowią najistotniejszy składnik wartości wielkości mierzonej. Przedstawia się je za pomocą małych liter drukowanych kursywą. Jeżeli dane wielkości reprezentują różnice, są one poprzedzane przez wielką grecką literę delta.

PRZYKŁAD:

t_{iX} – temperatura wskazana przez wzorcowany termometr (i – symbolizuje wskazanie)

Δl – zmierzona różnica przemieszczenia końcówki pomiarowej.

Wartości nominalne są to wartości przypisane realizacji wielkości przez wzorzec lub przyrząd pomiarowy. Stanowią one wartości przybliżone, będące głównymi składowymi wartości odtwarzanych. Przedstawia się je za pomocą wielkich liter (wersalików) drukowanych kursywą.

PRZYKŁAD:

L – długość nominalna płytki wzorcowej.

Wartości poprawek opisują małe odchylenia od wartości głównych, które są znane albo muszą być oszacowane. W większości przypadków są one addytywne. Przedstawia się je za pomocą symbolu wybranego dla danej wielkości poprzedzonego małą grecką literą delta.

PRZYKŁAD:

δm_D – hipotetyczne odchylenie spowodowane zmianą wartości odważnika kontrolnego od czasu jego ostatniego wzorcowania (dryft),

δm_C – poprawka na wpływ przesunięcia środka ciężkości obciążenia i oddziaływanie pola magnetycznego podczas wzorcowania odważnika.

Wartości graniczne są to oszacowane stałe wartości, reprezentujące zakres prawdopodobnej zmienności nieznanymi wartościami danej wielkości. Przedstawia się je za pomocą symbolu wybranego dla danej wielkości poprzedzonego wielką grecką literą delta.

PRZYKŁAD:

$\Delta \alpha_X$ – oszacowana szerokość połówkowa przedziału prognozowanego odchylenia wartości liniowego temperaturowego współczynnika rezystywności, podanej przez wytwórcę w dokumentacji technicznej wzorcowanego rezystora.

Jak pokazano na przykładach indeksy służą zróżnicowaniu wielkości tego samego rodzaju. Zachowano przy tym międzynarodowe zasady stosowania indeksów w oznaczeniach wielkości fizycznych: indeksy reprezentujące wielkości fizyczne są drukowane kursywą, natomiast indeksy oznaczające wzorce i przyrządy pomiarowe są drukowane czcionką prostą.

S8.14 Zdefiniowane wartości odniesienia są przedstawiane przez symbole wielkości z indeksem zero.

PRZYKŁAD:

p_0 – ciśnienie odniesienia, np. 1 000 mbar.

S8.15 Ilorazy wielkości tego samego rodzaju (ułamki bezwymiarowe) przedstawia się za pomocą małych liter drukowanych kursywą.

PRZYKŁAD:

$r = R_{iX}/R_{iN}$ – iloraz rezystancji wskazanych odpowiednio dla rezystora wzorcowanego i rezystora odniesienia.

S8.16 W przypadku użycia kilku indeksów ich kolejność jest następująca: indeks odpowiadający pojęciu najbardziej ogólnemu zajmuje skrajne położenie po lewej stronie, natomiast indeks odpowiadający pojęciu najbardziej szczegółowemu – skrajne położenie po prawej stronie.

PRZYKŁAD:

V_{i1}, V_{i2} – napięcie wskazane odpowiednio przez woltomierz „1” i woltomierz „2”.

S8.17 Przykłady podane w niniejszym Suplemencie autorzy zamierzają w przyszłości uzupełnić innymi, ilustrującymi różne zagadnienia związane z wzorcowaniem przyrządów pomiarowych. Przykłady można też znaleźć w przewodnikach EAL i EA¹ poświęconych wzorcowaniu specyficznych rodzajów przyrządów pomiarowych.

¹ EAL-G26, Calibration of pressure balances
EAL-G31, Calibration of thermocouples
EAL-G32, Measurement and generation of small ac voltages with inductive voltage dividers
EA-10/10, EA Guidelines on the determination of pitch diameter of parallel thread gauges by mechanical probing

S9 Wzorcowanie ręcznego multimetru cyfrowego dla napięcia 100 V

S9.1 Elementem wzorcowania ręcznego multimetru cyfrowego jest jego wzorcowanie sygnałem pomiarowym stałoprądowym o napięciu 100 V z użyciem wielofunkcyjnego kalibratora jako wzorca roboczego. Procedura pomiarowa obejmuje następujące czynności:

- (1) Połączenie wyjściowych zacisków kalibratora z wejściowymi zaciskami multimetru cyfrowego za pomocą odpowiednich przewodów pomiarowych.
- (2) Nastawienie kalibratora na sygnał pomiarowy o napięciu 100 V oraz odczytanie wskazań multimetru cyfrowego po odpowiednim czasie, wymaganym dla stabilizacji wartości wskazania.
- (3) Obliczenie błędu wskazania multimetru cyfrowego na podstawie wartości jego wskazania oraz wartości nastawy kalibratora.

S9.2 Należy zauważyć, że błąd wskazania multimetru cyfrowego otrzymany na podstawie powyższej procedury pomiarowej obejmuje zarówno odchylenie w stanie ustalonym, jak i odchylenie od liniowości.

S9.3 Błąd wskazania E_X wzorcowanego multimetru cyfrowego oblicza się z równania

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \quad (\text{S9.1})$$

gdzie:

- V_{iX} – wartość napięcia wskazana przez multimetr cyfrowy,
- V_S – wartość napięcia generowanego przez kalibrator,
- δV_{iX} – poprawka wskazanej wartości napięcia spowodowana określoną rozdzielczością wskazań multimetru cyfrowego,
- δV_S – poprawka wartości napięcia kalibratora, na którą składają się następujące czynniki:
 - (1) zmiana wartości, która nastąpiła od czasu ostatniego wzorcowania kalibratora (dryft),
 - (2) zmiana wartości obejmująca połączone oddziaływanie odchylenia w stanie ustalonym, nieliniowości i zmian współczynnika wzmocnienia,
 - (3) zmiany temperatury otoczenia,
 - (4) zmiany napięcia zasilania,
 - (5) wpływ obciążenia wynikający z określonej rezystancji wzorcowanego multimetru cyfrowego.

S9.4 Na skutek określonego poziomu rozdzielczości wskazań multimetru cyfrowego nie obserwuje się rozrzutu wartości wskazanej.

S9.5 Wskazania multimetru cyfrowego (V_{IX})

Przy wartości nastawy kalibratora równej 100 V wartość wskazana przez multimetr cyfrowy wynosi 100,1 V. Przyjmuje się, że jest to wartość dokładna (por. punkt S9.4).

S9.6 Wzorzec roboczy (V_S)

Świadectwo wzorcowania kalibratora wielofunkcyjnego stwierdza, że wartość generowanego przezeń napięcia jest równa wartości nastawy, a związana z tą wartością względna niepewność pomiaru wynosi $W = 0,000\ 02$ ($k = 2$), co daje rozszerzoną niepewność pomiaru związaną z nastawą o wartości 100 V równą $U = 0,002\ V$ ($k = 2$).

S9.7 Rozdzielczość wzorcowanego multimetru cyfrowego (δV_{IX})

Ostatnia znacząca cyfra wskazania multimetru cyfrowego odpowiada 0,1 V. Z każdym wskazaniem multimetru cyfrowego związana jest poprawka wynikająca z określonej rozdzielczości wskazań. Poprawkę tę oszacowano na 0,0 V przy wartościach granicznych odchyłek równych $\pm 0,05\ V$ (tj. odpowiadających połowie wartości ostatniej cyfry znaczącej).

S9.8 Inne poprawki (δV_S)

Wobec braku oddzielnych danych liczbowych dotyczących niepewności poprawek, związanych ze źródłami wymienionymi w p. S9.3, przyjmuje się jej wartość na podstawie informacji dotyczących dokładności kalibratora podanych przez jego wytwórcę. Z informacji tych wynika, że wartość napięcia wytwarzanego przez kalibrator odpowiada – z odchyleniem zawartym w granicach $\pm (0,000\ 1 \cdot V_S + 1\ mV)^2$ – wartości jego nastawy w następujących warunkach pomiarowych:

- (1) temperatura otoczenia: od 18 °C do 23 °C,
- (2) napięcie prądu zasilającego kalibrator: od 210 V do 250 V,
- (3) obciążenie rezystancyjne na końcówkach kalibratora: większe niż 100 k Ω ,
- (4) okres, który upłynął od ostatniego wzorcowania kalibratora: krótszy niż rok.

Ponieważ powyższe warunki pomiaru są spełnione, a dane pochodzące z kolejnych czynności wzorcowania kalibratora dowodzą, że na informacji wytwórcy można polegać, przyjęto, iż poprawka odnosząca się do wartości napięcia generowanego przez kalibrator wynosi 0,0 V z niepewnością w granicach zmienności $\pm 0,011\ V$.

S9.9 Korelacja

Żadnej z wielkości wejściowych nie uznano za znacząco skorelowaną.

² Powszechnie używany w dokumentacji technicznej i instrukcjach obsługi sposób podawania informacji dotyczących dokładności przyrządów pomiarowych polega na przedstawianiu wartości granicznych odchyłek w zależności od wartości nastawy. W przypadku kalibratora informacja wytwórcy o dokładności tego przyrządu przyjmie postać $\pm(0,01\ \% \text{ wartości nastawy} + 1\ mV)$. Nawet jeśli ten zapis uzna się za równorzędny wyrażeniu podanemu powyżej, nie został on w niniejszym tekście wykorzystany, ponieważ w wielu przypadkach może on wprowadzać w błąd oraz nie odpowiada równaniu wielkości fizycznych zgodnemu z notacją przyjętą na szczeblu międzynarodowym.

S9.10 **Budżet niepewności (E_X)**

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
V_{iX}	100,1 V	–	–	–	–
V_S	100,0 V	0,001 V	normalny	– 1,0	– 0,001 V
δV_{iX}	0,0 V	0,029 V	prostokątny	1,0	0,029 V
δV_S	0,0 V	0,0064 V	prostokątny	– 1,0	– 0,0064 V
E_X	0,1 V				0,030 V

S9.11 **Niepewność rozszerzona**

Największy wkład w złożoną niepewność standardową pomiaru związaną z wynikiem wzorcowania wnosi składowa spowodowana rozdzielczością wskazania multimetru cyfrowego. Rozkład prawdopodobieństwa złożonej niepewności standardowej nie jest rozkładem normalnym, lecz prostokątnym. Metoda efektywnych stopni swobody opisana w załączniku E nie znajduje zatem w tym przypadku zastosowania. Odpowiedni dla rozkładu prostokątnego współczynnik rozszerzenia obliczono na podstawie zależności wyrażonej równaniem (S9.8) zamieszczonym w punkcie S9.14 dotyczącym podstaw matematycznych.

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,65 \cdot 0,030 \text{ V} \cong 0,05 \text{ V}$$

S9.12 **Zapis wyniku pomiaru**

Błąd wskazania ręcznego woltomierza cyfrowego wyznaczony dla napięcia 100 V wynosi $(0,10 \pm 0,05) \text{ V}$.

Podaną niepewność rozszerzoną pomiaru wyrażono jako złożoną niepewność standardową pomnożoną przez współczynnik rozszerzenia $k = 1,65$, którego wartość obliczono na podstawie przyjętego prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa dla poziomu ufności 95 %.

S9.13 **Uwaga dodatkowa**

Sposób obliczenia współczynnika rozszerzenia jest ściśle związany z tym, że przeważającym składnikiem niepewności pomiaru przypisanej wynikowi wzorcowania jest składowa wynikająca z rozdzielczości multimetru cyfrowego. Ta sama zasada jest słuszna w przypadku wzorcowania wszystkich przyrządów pomiarowych o niskiej rozdzielczości, pod warunkiem, że poziom rozdzielczości jest źródłem niepewności

dającym składową o wartości przeważającej w stosunku do wszystkich pozostałych składowych pochodzących z innych źródeł.

S9.14 Podstawy matematyczne

Dla pomiaru, w którym jedną ze składowych niepewności można określić jako przeważającą pod względem wartości – założmy, że jest to składowa oznaczona indeksem „1” – złożoną niepewność standardową przypisaną wynikowi pomiaru y można zapisać jako

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S9.2})$$

gdzie

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S9.3})$$

oznacza całkowity udział pozostałych składowych w niepewności pomiaru. Jeżeli iloraz wartości całkowitego udziału $u_R(y)$ pozostałych składowych niepewności do wartości dominującej składowej $u_1(y)$ nie przekracza 0,3 równanie (S9.2) można przedstawić w następującej formie

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] \quad (\text{S9.4})$$

Błąd względny przybliżenia jest mniejszy niż $1 \cdot 10^{-3}$. Maksymalna względna zmiana wartości niepewności standardowej wprowadzona przez czynnik w nawiasie kwadratowym z równania (S9.4) nie przekracza 5 %. Jest to wartość dopuszczalna, stosowana przy zaokrągłaniu wartości niepewności.

Przy tych założeniach rozkład wartości, którego przypisanie wielkości mierzonej można uznać za uzasadnione, jest identyczny z rozkładem określonym dla składowej o przeważającej wartości. Z rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa $\varphi(y)$ można dla każdej wartości niepewności rozszerzonej pomiaru U określić poziom ufności p przez obliczenie następującej całki

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (\text{S9.5})$$

Przekształcenie odwrotne dla danego poziomu ufności p daje relacja $U = U(p)$ pomiędzy rozszerzoną niepewnością pomiaru a poziomem ufności przy funkcji gęstości prawdopodobieństwa $\varphi(y)$. Na podstawie tej zależności współczynnik rozszerzenia można ostatecznie wyrazić jako

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \quad (\text{S9.6})$$

W przypadku ręcznego woltomierza cyfrowego wartość dominującej składowej niepewności pomiaru wywodzącej się z rozdzielczości wskazań wynosi $u_{\delta V_X}(E_X) = 0,029 \text{ V}$, podczas gdy całkowita wartość pozostałych składowych niepewności jest równa $u_R(E_X) = 0,0064 \text{ V}$. Iloraz tych wartości jest równy $u_R(E_X)/u_{\delta V_X}(E_X) = 0,22$. Rozkład wartości, które można uznać za błędy wskazań, jest zatem prostokątny. Poziom ufności dla rozkładu prostokątnego jest funkcją liniową rozszerzonej niepewności pomiaru, przy czym parametr a jest szerokością połówkową rozkładu prostokątnego

$$p = \frac{U}{a} \quad (\text{S9.7})$$

Rozwiązanie tego równania względem rozszerzonej niepewności pomiaru U i podstawienie wyniku do równania (S9.6) wraz z wyrażeniem (3.8) (część pierwsza opracowania) na standardową niepewność pomiaru dla rozkładu prostokątnego daje ostatecznie zależność

$$k(p) = p\sqrt{3} \quad (\text{S9.8})$$

A zatem dla stosowanego w przykładach z publikacji EA poziomu ufności $p = 95 \%$ współczynnik rozszerzenia wynosi $k = 1,65$.

S10 Wzorcowanie suwmiarki z noniuszem

S10.1 Suwmiarkę z noniuszem, wykonaną ze stali, wzorcuje się przez porównanie z wzorcami roboczymi, którymi są stalowe płytki wzorcowe klasy dokładności 1. Zakres pomiarowy suwmiarki wynosi 150 mm. Działka elementarna suwmiarki ma wartość 0,05 mm (działka elementarna podziałki prowadnicy wynosi 1 mm, a działka elementarna podziałki noniusza – 1/20 mm). Do wzorcowania stosuje się kilka płytek wzorcowych o długościach nominalnych mieszczących się w zakresie od 0,5 mm do 150 mm. Dobiera się je w taki sposób, aby wyniki pomiarów były w przybliżeniu równomiernie rozłożone w badanym zakresie pomiarowym (np. 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm), zapewniając jednocześnie różne odczyty na podziałce noniusza (np. 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Podany przykład dotyczy wzorcowania w punkcie podziałki o wartości 150 mm w przypadku odczytu wymiaru zewnętrznego. Przed rozpoczęciem wzorcowania należy dokonać przeglądu stanu technicznego suwmiarki. Czynność ta obejmuje zbadanie wpływu przesunięcia osi przedmiotu mierzonego w stosunku do osi prowadnicy (błąd Abbego) na wynik pomiaru oraz sprawdzenie jakości płaszczyzn pomiarowych szczęk (ich płaskości, wzajemnej równoległości i prostokątności względem prowadnicy) i działania zacisku.

S10.2 Błąd wskazania E_X suwmiarki w temperaturze odniesienia $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ otrzymuje się z następującej zależności

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M \quad (\text{S10.1})$$

gdzie:

l_{iX} – wartość wskazana przez suwmiarkę,

l_S – rzeczywista długość płytki wzorcowej,

L_S – długość nominalna płytki wzorcowej,

$\bar{\alpha}$ – średni temperaturowy współczynnik rozszerzalności suwmiarki i płytki wzorcowej,

Δt – różnica temperatur suwmiarki i płytki wzorcowej,

δl_{iX} – poprawka związana z rozdzielczością suwmiarki,

δl_M – poprawka związana z oddziaływaniami natury mechanicznej, jak nacisk pomiarowy, błąd Abbego oraz odchylenia od płaskości i równoległości płaszczyzn pomiarowych.

S10.3 Wzorce robocze (l_S, L_S)

Długości płytek wzorcowych stosowanych jako wzorce robocze są podane w świadectwie wzorcowania razem z przypisanymi im wartościami rozszerzonej niepewności pomiaru. Świadectwo stwierdza, że płytki wzorcowe są zgodne z wymaganiami dla płytek wzorcowych klasy dokładności 1 sformułowanymi w normie międzynarodowej ISO 3650, tzn. że ich długość środkowa jest równa długości nominalnej przy wartościach odchylenia zawartych w granicach $\pm 0,8\text{ }\mu\text{m}$. Za rzeczywistą długość płytek wzorcowych przyjmuje się ich długość nominalną bez uwzględnienia poprawki, przyjmując

granice tolerancji wymiarowej jako górną i dolną granicę przedziału zmienności jej długości.

S10.4 **Temperatura** ($\Delta t, \bar{\alpha}$)

Przyjmuje się, że po odpowiednim czasie stabilizacji temperatura suwmiarki jest równa temperaturze płytki wzorcowej przy granicznych wartościach jej zmian równych ± 2 °C. Średni temperaturowy współczynnik rozszerzalności wynosi $11,5 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹. Niepewność wartości średniego temperaturowego współczynnika rozszerzalności i wartości różnicy między temperaturowymi współczynnikami rozszerzalności suwmiarki i płytki wzorcowej nie została wzięta pod uwagę. Uznano, że jej wpływ można w omawianym przypadku pominąć (por. także Suplement 1, przykład S4).

S10.5 **Rozdzielczość suwmiarki** (δl_{iX})

Wartość działki elementarnej noniusza wynosi 0,05 mm. Zmienność wskazań wynikająca z tej rozdzielczości oszacowano na ± 25 μm przy założeniu prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa.

S10.6 **Oddziaływania mechaniczne** (δl_M)

Oddziaływania mechaniczne obejmują wpływ nacisku pomiarowego, błąd Abbego i oddziaływanie między prowadnicą a suwakiem. Dodatkowym źródłem odchylenia może być fakt, że pomiarowe powierzchnie szczęk nie są idealnie płaskie, równoległe względem siebie i prostopadłe do prowadnicy. W celu ułatwienia analizy uwzględniono tylko sumaryczny wpływ wymienionych czynników, przy czym granice przedziału zmienności oszacowano na ± 50 μm.

S10.7 **Korelacja**

Żadnej z wielkości wejściowych nie uznano za znacząco skorelowaną.

S10.8 **Pomiar** (l_{iX})

Pomiar wykonano kilkakrotnie, nie obserwując rozrzutu otrzymanych wartości. Niepewność zatem wynikająca z tego powodu można pominąć. Wartość wyniku pomiaru płytki wzorcowej o długości nominalnej 150 mm wynosi 150,10 mm.

S10.9 Budżet niepewności (δl_X)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
l_{iX}	150,10 mm	–	–	–	–
l_S	150,00 mm	0,46 μm	prostokątny	– 1,0	– 0,46 μm
Δt	0	1,15 K	prostokątny	1,7 μmK^{-1}	2,0 μm
δl_{iX}	0	15 μm	prostokątny	1,0	15 μm
δl_M	0	29 μm	prostokątny	1,0	29 μm
E_X	0,10 mm				33 μm

S10.10 Niepewność rozszerzona

Przeważający wkład do niepewności pomiaru przypisanej wynikowi wnoszą dwie składowe: składowa związana z naciskiem pomiarowym i składowa wynikająca z rozdzielczości suwmiarki. Rozkład prawdopodobieństwa niepewności złożonej nie jest rozkładem normalnym, lecz rozkładem trapezowym, przy czym iloraz górnej podstawy do jego dolnej podstawy wynosi $\beta = 0,33$. Metoda efektywnych stopni swobody opisana w załączniku E nie znajduje zatem w tym przypadku zastosowania. Właściwy dla rozkładu trapezowego współczynnik rozszerzenia $k = 1,83$ obliczono z równania (S10.10) zamieszczonego w punkcie S10.13 wyjaśniającym podstawy matematyczne modelu obliczeniowego. Niepewność rozszerzona wynosi zatem

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,83 \cdot 0,033 \text{ mm} \approx 0,06 \text{ mm}$$

S10.11 Zapis wyniku pomiaru

Dla 150 mm błąd wskazania suwmiarki wynosi $(0,10 \pm 0,06)$ mm.

Podaną rozszerzoną niepewność pomiaru wyrażono jako złożoną niepewność standardową pomnożoną przez współczynnik rozszerzenia $k = 1,83$, którego wartość obliczono na podstawie przyjętego trapezowego rozkładu prawdopodobieństwa dla poziomu ufności 95 %.

S10.12 Uwaga dodatkowa

Metoda zastosowana do obliczenia współczynnika rozszerzenia jest ściśle związana z faktem, że w niepewności pomiaru przypisanej wynikowi przeważający pod względem wartości liczbowej jest udział dwóch składowych: składowej opisującej oddziaływania o charakterze mechanicznym i składowej wynikającej z określonej rozdzielczości podziałki noniusza. Założenie rozkładu normalnego wielkości wyjściowej nie znajduje potwierdzenia, należy tu zastosować zatem wymagania opisane w punkcie 5.6 podstawowej części opracowania. Uwzględniając fakt, że w praktyce wartości prawdopodobieństwa i gęstości prawdopodobieństwa można określić tylko z odchyleniem względnym zawartym w granicach od 3 % do 5 %, przyjęto, że rozkład jest trapezowy. Powstał on przez splot dwóch rozkładów prostokątnych przypisanych składowym dominującym. Wartości szerokości połówkowych podstawy dolnej i górnej powstałego w ten sposób trapezu równoramiennego wynoszą odpowiednio 75 μm i 25 μm . 95 % pola powierzchni trapezu zawiera się w przedziale $\pm 60 \mu\text{m}$ wokół jego osi symetrii, co odpowiada współczynnikowi $k = 1,83$.

S10.13 Uwagi dotyczące podstaw matematycznych

Jeżeli charakterystyka pomiaru jest taka, że dwie spośród składowych niepewności można określić jako przeważające pod względem wartości, po połączeniu tych składowych – przyjmijmy, że są one oznaczone wskaźnikami „1” i „2” – w jeden dominujący pod względem wartości wyraz można zastosować metodę opisaną w punkcie S9.14. Niepewność standardową przypisaną wynikowi pomiaru y można w tym wypadku zapisać następująco:

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S10.2})$$

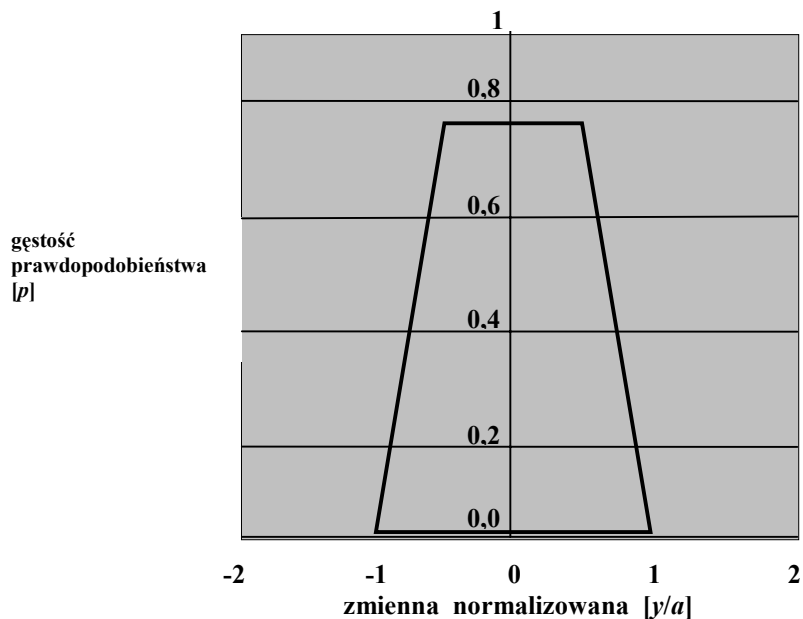
gdzie

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (\text{S10.3})$$

oznacza składnik powstały przez połączenie dwóch dominujących członów, a

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S10.4})$$

oznacza całkowity udział pozostałych składowych niepewności. Jeżeli dwie dominujące składowe niepewności mają prostokątny rozkład prawdopodobieństwa o szerokościach połówkowych równych odpowiednio a_1 i a_2 , w wyniku ich splotu powstaje symetryczny rozkład trapezowy o szerokościach połówkowych



Rys. 1. Symetryczny trapezowy rozkład prawdopodobieństwa o wartości parametru brzegowego $\beta = 0,33$, powstały ze splotu dwóch rozkładów prostokątnych.

$$a = a_1 + a_2 \quad \text{i} \quad b = |a_1 - a_2| \quad (\text{S10.5})$$

odpowiednio podstawy dolnej i górnej (patrz rys. 1). Rozkład można wyrazić w następującej postaci ogólnej:

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \cdot \begin{cases} 1 & |y| < \beta \cdot a \\ \frac{1}{1-\beta} \left(1 - \frac{|y|}{a}\right) & \beta \cdot a \leq |y| \leq a \\ 0 & a < |y| \end{cases} \quad (\text{S10.6})$$

z parametrem brzegowym

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (\text{S10.7})$$

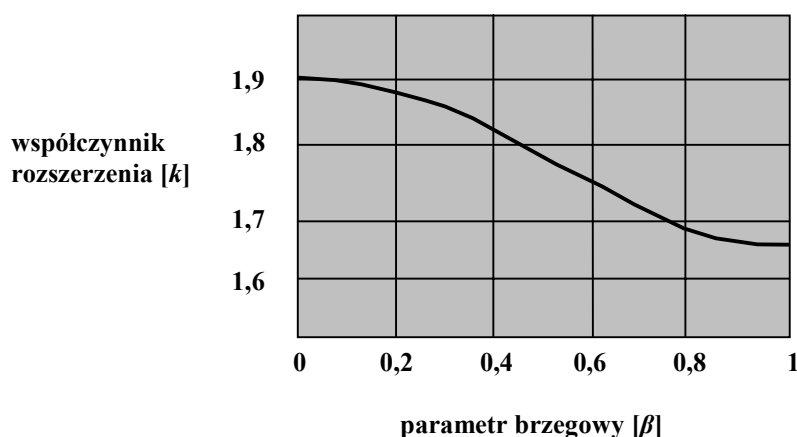
Kwadrat niepewności standardowej dla rozkładu trapezowego wyrażonego równaniem (S10.6) dany jest wyrażeniem

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6} (1 + \beta^2) \quad (\text{S10.8})$$

Na podstawie równania rozkładu (S10.6) można przedstawić w sposób opisany w punkcie S9.14 zależność współczynnika rozszerzenia od poziomu ufności

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \cdot \begin{cases} \frac{p(1+\beta)}{2} & \frac{p}{2-p} < \beta \\ 1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta \leq \frac{p}{2-p} \end{cases} \quad (\text{S10.9})$$

Rysunek 2 przedstawia zależność wartości współczynnika rozszerzenia k w funkcji parametru brzegowego β dla poziomu ufności równego 95 %.



Rys. 2. Zależność współczynnika rozszerzenia k od wartości parametru brzegowego β rozkładu trapezowego dla poziomu ufności 95 %.

Współczynnik rozszerzenia dla poziomu ufności 95 %, właściwy dla rozkładu trapezowego o wartości parametru brzegowego $\beta < 0,95$, oblicza się z następującej zależności

$$k = \frac{1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \quad (\text{S10.10})$$

S11 Wzorcowanie kalibratora temperatury w temperaturze 180 °C

S11.1 W ramach wzorcowania mierzy się temperaturę, którą należy przypisać otworowi pomiarowemu kalibratora temperatury³. Pomiar przeprowadza się po osiągnięciu przez wbudowany wskaźnik temperatury stabilnego wskazania o wartości 180,0 °C. Temperaturę panującą w otworze pomiarowym określa się za pomocą wprowadzonego doń platynowego termometru rezystancyjnego, który pełni rolę wzorca roboczego. Wzorcowanie polega na pomiarze rezystancji elektrycznej termometru za pomocą mostka prądu przemiennego. Temperatura t_X , którą należy przyjąć jako temperaturę otworu pomiarowego w momencie, kiedy wskazanie wbudowanego termometru wynosi 180,0 °C, dana jest następującym równaniem:

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.1})$$

gdzie:

- t_S – temperatura wskazana przez wzorzec roboczy, której wartość wywodzi się z pomiaru rezystancji przy zasilaniu prądem zmiennym,
- δt_S – poprawka temperatury wynikająca z pomiaru rezystancji przy zasilaniu prądem zmiennym,
- δt_D – poprawka temperatury wynikająca ze zmiany wartości wzorca roboczego od czasu jego ostatniego wzorcowania (dryft),
- δt_{iX} – poprawka temperatury wynikająca z błędu nastawienia kalibratora temperatury,
- δt_R – poprawka temperatury wynikająca z występujących w kierunku promieniowym różnic temperatury między termometrem wbudowanym a wzorcem roboczym,
- δt_A – poprawka temperatury wynikająca z występującej w kierunku osiowym niejednorodności temperatury w otworze pomiarowym,
- δt_H – poprawka temperatury wynikająca z histerezy wskazań,
- δt_V – zmienność temperatury w czasie pomiaru.

Nie uwzględniono poprawki temperatury wynikającej z przewodzenia ciepła przez osłonę termometru, ponieważ platynowy termometr rezystancyjny stosowany jako wzorzec roboczy ma średnicę zewnętrzną $d \leq 6$ mm. Przeprowadzone wcześniej badania wykazały, że w takim przypadku oddziaływanie przewodnictwa cieplnego osłony można pominąć.

³ Podobny przykład można znaleźć w przewodniku EA-10/xx „Calibration of temperature block calibrators”. W uproszczonej postaci został on zamieszczony w niniejszym Suplemencie w celu zwrócenia szczególnej uwagi czytelnika na sposób, w jaki przypisuje się określoną wartość wskazaniu przyrządu podczas wzorcowania. Jest to kwestia podstawowa dla wzorcowania, niezależnie od dziedziny pomiarowej, której ono dotyczy, stąd też budzi ona powszechne zainteresowanie. Przykład pokazuje, że istnieją dwa równorzędne sposoby potraktowania tego zagadnienia: bezpośrednie przypisanie wskazaniu przyrządu pewnej wartości oraz powiązanie wartości wskazania z poprawką, zwaną zazwyczaj błędem wskazania.

S11.2 Wzorzec roboczy (t_S)

Świadectwo wzorcowania termometru rezystancyjnego zastosowanego jako wzorzec roboczy podaje zależność między rezystancją a temperaturą. Zmierzona wartość rezystancji odpowiada temperaturze równej 180,1 °C, przy czym przypisana tej wartości niepewność rozszerzona pomiaru wynosi $U = 30$ mK ($k = 2$).

S11.3 Wyznaczenie temperatury przez pomiar rezystancji (δt_S)

Wartość temperatury zmierzona przez termometr rezystancyjny użyty jako wzorzec roboczy wynosi 180,1 °C. Niepewność standardowa pomiaru związana z pomiarem rezystancji i przeliczona na wartość temperatury wynosi $u(\delta t_S) = 10$ mK.

S11.4 Dryft wskazania wzorca roboczego (δt_D)

Na podstawie znajomości właściwości platynowych termometrów rezystancyjnych tego samego typu co wzorzec roboczy, zmianę wskazań będącą skutkiem starzenia się rezystora, które nastąpiło od czasu ostatniego wzorcowania termometru, oszacowano na ± 40 mK.

S11.5 Błąd nastawienia kalibratora temperatury (δt_{IX})

Działka elementarna wbudowanego termometru kontrolnego kalibratora temperatury wynosi 0,1 K. Wyznacza ona granice rozdzielczości temperatury ± 50 mK, wewnątrz których zawiera się wskazanie określające jednoznacznie stan termodynamiczny bloku temperaturowego.

Uwaga. Jeśli wskazania termometru wbudowanego nie są podane w jednostkach temperatury, granice rozdzielczości wskazania należy przeliczyć na równoważne wartości temperatury drogą pomnożenia wartości wskazania przez odpowiednią stałą przyrządu.

S11.6 Niejednorodność pola temperaturowego w kierunku promieniowym (δt_R)

Występującą w kierunku promieniowym różnicę temperatury między otworem pomiarowym a wbudowanym termometrem oszacowano jako znajdującą się w przedziale ± 100 mK.

S11.7 Niejednorodność pola temperaturowego w kierunku osiowym (δt_A)

Odchylenia temperatury, będące skutkiem osiowej niejednorodności pola temperaturowego w otworze pomiarowym, oszacowano na podstawie wskazań otrzymanych przy różnych głębokościach zanurzenia termometru, jako wartości leżące w przedziale ± 250 mK.

S11.8 Efekt histerezy (δt_H)

Odchylenie temperatury otworu pomiarowego, będące skutkiem zjawiska histerezy określono na podstawie wskazań termometru odniesienia podczas cykli pomiarowych wykonanych zarówno przy temperaturze rosnącej, jak i malejącej. Wartości graniczne tego odchylenia oszacowano na ± 50 mK.

S11.9 Niestabilność temperatury (δt_V)

Zmiany temperatury wywołane jej niestabilnością podczas 30 minutowego cyklu pomiarowego oszacowano na zawarte w przedziale ± 30 mK.

S11.10 Korelacja

Żadnej z wielkości wejściowych nie uznano za znacząco skorelowaną.

S11.11 Powtórzone obserwacje

W związku z rozdzielczością charakteryzującą wskazania wbudowanego termometru nie zaobserwowano rozrzutu wartości wskazań otrzymanych drogą wielokrotnych powtórzeń.

S11.12 Budżet niepewności (t_X)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
t_S	180,1 °C	15 mK	normalny	1,0	15 mK
δt_S	0,0 °C	10 mK	normalny	1,0	10 mK
δt_D	0,0 °C	23 mK	prostokątny	1,0	23 mK
δt_{iX}	0,0 °C	29 mK	prostokątny	- 1,0	- 29 mK
δt_R	0,0 °C	58 mK	prostokątny	1,0	58 mK
δt_A	0,0 °C	144 mK	prostokątny	1,0	144 mK
δt_H	0,0 °C	29 mK	prostokątny	1,0	29 mK
δt_V	0,0 °C	17 mK	prostokątny	1,0	17 mK
t_X	180,1 °C				164 mK

S11.13 Niepewność rozszerzona

Przeważającymi pod względem wartości składowymi złożonej niepewności standardowej przypisanej wynikowi pomiaru są poprawki mierzonej temperatury związane odpowiednio z osiąwą niejednorodnością pola temperatury w otworze pomiarowym oraz występującą w kierunku promieniowym różnicą temperatury między termometrem wbudowanym a wzorcem roboczym. Rozkład niepewności złożonej nie jest rozkładem normalnym, lecz trapezowym. Zgodnie z punktem S10.13 współczynnik

rozszerzenia odpowiadający wartości parametru brzegowego $\beta = 0,43$ wynosi $k = 1,81$.

$$U = k \cdot u(t_x) = 1,81 \cdot 164 \text{ mK} \approx 0,3 \text{ K}$$

S11.14 Zapis wyniku pomiaru

Temperatura otworu pomiarowego, którą należy przypisać wartości wskazania wbudowanego termometru kontrolnego kalibratora równej $180 \text{ }^\circ\text{C}$, wynosi $180,1 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0,3 \text{ }^\circ\text{C}$.

Podaną rozszerzoną niepewność pomiaru wyrażono jako niepewność standardową pomnożoną przez współczynnik rozszerzenia $k = 1,81$, którego wartość obliczono na podstawie założonego trapezowego rozkładu prawdopodobieństwa dla poziomu ufności 95 %.

S11.15 Uwagi dotyczące matematycznych podstaw zastosowanego modelu pomiaru

Niektórzy metrologowie są zakłopotani faktem, że wskazanie wbudowanego termometru kontrolnego nie pojawia się *explicite* w równaniu (S11.1) będącym zapisem funkcji pomiaru. Zaspokajając ich potrzeby, można omówiony problem sformułować inaczej, posługując się pojęciem błędu wskazania

$$E_x = t_x - t_i \quad (\text{S11.2})$$

wbudowanego wskaźnika temperatury

$$E_x = t_s - t_i + \delta t_s + \delta t_D - \delta t_{ix} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.3})$$

Wartość wskazana t_i jest wartością nominalną. Jej rola polega na przesunięciu wartości wielkości mierzonej wzdłuż podziałki przyrządu pomiarowego. Nie wnosi ona jednak wkładu do niepewności pomiaru związanej z błędem wskazania

$$u(E_x) = u(t_x) \quad (\text{S11.4})$$

Funkcję pomiaru opisaną równaniem (S11.1) można wyprowadzić z równania (S11.3), korzystając z definicji błędu wskazania wyrażonej równaniem (S11.2).

Uwagi zamieszczone w powyższym punkcie pokazują, że niekoniecznie musi istnieć tylko jedna droga wyboru modelu szacowania niepewności pomiaru. Metrolog ma swobodę wyboru sposobu zgodnego ze swoimi przyzwyczajeniami i swoim podejściem do rozwiązywanego zagadnienia. Funkcje pomiaru, które można matematycznie przekształcić jedna w drugą, opisują ten sam proces pomiarowy. W przypadkach, w których występuje ciągłość wartości wskazań – tak jak ma to miejsce przy wzorcowaniu rozpatrywanego kalibratora temperatury – funkcje pomiaru podlegające wzajemnym przekształceniom liniowym mogą służyć jako równorzędne środki wyrażenia problemu pomiarowego.

S12 Wzorcowanie wodomierza przeznaczonego do użytku w gospodarstwie domowym

- S12.1 Wzorcowanie wodomierza polega na określeniu względnego błędu wskazania miernika w odpowiednim zakresie przepływu strumienia. Pomiar wykonuje się przy zastosowaniu urządzenia dostarczającego wodę o odpowiednim strumieniu przepływu i ciśnieniu wynoszącym około 500 kPa, która to wartość jest typowa dla wodociągów miejskich. Wodę zbiera się w otwartym zbiorniku pomiarowym, który został uprzednio wywzorcowany i służy do wyznaczania wartości odniesienia objętości wody. Na początku pomiaru zbiornik ten jest pusty, lecz zwilżony. Zbiornik pomiarowy jest wyposażony w wodowskaz rurkowy z podziałką, który pozwala na odczyt poziomu jego wypełnienia. Wzorcowany wodomierz instaluje się między układem zasilania stanowiska wodą a zbiornikiem pomiarowym. Wodomierz jest wyposażony w mechaniczny licznik ze wskazówkami. Pomiar przeprowadza się przy wartości natężenia przepływu równej 2500 l/h metodą z „zatrzymanym startem i stopem”, co oznacza, że zarówno na początku, jak i na końcu pomiaru wartość natężenia przepływu wynosi zero. Wartość wskazania wodomierza rejestruje się na początku pomiaru i po jego zakończeniu. Poziom wypełnienia zbiornika pomiarowego odczytuje się po zakończeniu pomiaru. Odczytuje się również wartości temperatury i ciśnienia wody w wodomierzu oraz temperatury wody w zbiorniku pomiarowym.
- S12.2 Błąd względny e_X wskazania otrzymanego w wyniku pojedynczego pomiaru definiuje się następująco

$$e_X = \frac{\Delta V_{iX} + \delta V_{iX2} - \delta V_{iX1}}{V_X} - 1 \quad (\text{S12.1})$$

przy czym

$$V_X = (V_{iS} + \delta V_{iS}) (1 + \alpha_S (t_S - t_0)) (1 + \alpha_W (t_X - t_S)) (1 - \kappa_W (p_X - p_S)) \quad (\text{S12.2})$$

gdzie:

- $\Delta V_{iX} = V_{iX2} - V_{iX1}$ – różnica wskazań wodomierza,
- V_{iX1}, V_{iX2} – wskazanie wodomierza odpowiednio na początku pomiaru i po jego zakończeniu,
- $\delta V_{iX1}, \delta V_{iX2}$ – poprawki spowodowane rozdzielczością wskazań wodomierza,
- V_X – objętość, która przepłynęła przez wodomierz w czasie pomiaru w określonych warunkach na wejściu wodomierza, tj. pod ciśnieniem p_X i w temperaturze t_X ,
- V_{iS} – objętość odczytana na podziałce wodowskazu zbiornika pomiarowego po zakończeniu pomiaru,
- δV_{iS} – poprawka objętości odczytanej na podziałce wodowskazu zbiornika pomiarowego, wynikająca z określonej rozdzielczości tej podziałki,
- α_S – temperaturowy współczynnik rozszerzalności objętościowej materiału, z którego jest zbudowany zbiornik pomiarowy,
- t_S – temperatura zbiornika pomiarowego,

- t_0 – temperatura odniesienia, w której został wywzorcowany zbiornik pomiarowy,
- α_w – temperaturowy współczynnik rozszerzalności objętościowej wody,
- t_x – temperatura wody na wejściu do wodomierza,
- κ_w – współczynnik ściśliwości wody,
- p_s – ciśnienie w zbiorniku pomiarowym (wynosi ono zero, jeśli operuje się pojęciem nadciśnienia),
- p_x – ciśnienie wody na wejściu wodomierza.

S12.3 Zbiornik pomiarowy (V_{is}, t_0)

Świadectwo wzorcowania stwierdza, że podziałka wodowskazu wskazuje objętość 200 l w temperaturze odniesienia $t_0 = 20\text{ °C}$ z rozszerzoną niepewnością względną pomiaru równą 0,1 % ($k = 2$). Niepewność rozszerzona pomiaru przypisana wartości 200 l wynosi zatem 0,2 l ($k = 2$).

S12.4 Rozdzielczość podziałki zbiornika pomiarowego (δV_{is})

Poziom wody w zbiorniku pomiarowym można określić z odchyleniem zawartym w granicach ± 1 mm. Uwzględniając fakt, że różnicy objętości wody w zbiorniku pomiarowym wynoszącej 0,02 l odpowiada różnica wskazań równa 1 mm, maksymalne odchylenie wartości objętości wody w tym zbiorniku od wartości wskazanej oszacowano na $\pm 0,02$ l.

S12.5 Temperatura wody i zbiornika pomiarowego (α_s, t_s)

Zmierzono temperaturę wody w zbiorniku pomiarowym otrzymując 15 °C , przy czym wartości graniczne odchylenia przypisanego temu wskazaniu oszacowano na ± 2 K. Podany zakres uwzględnia wszelkie możliwe źródła niepewności, jak wzorcowanie czujników temperatury, rozdzielczość odczytu i gradienty temperatury w zbiorniku. Wartość temperaturowego współczynnika rozszerzalności objętościowej materiału, z którego jest zbudowany zbiornik pomiarowy (stal), wynoszącą $\alpha_s = 51 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$, wzięto z poradnika materiałoznawstwa. Wartość tę przyjęto za stałą w rozpatrywanym przedziale temperatury. Ponieważ brak informacji dotyczących niepewności, z jaką określono tę wartość, założono, że jest ona znana z dokładnością do jednostki na ostatnim miejscu znaczącym. Przyjęto, że nieznanne odchylenia mieszczą się w granicach błędu zaokrąglenia $\pm 0,5 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.

S12.6 Temperatura wody w wodomierzu (α_w, t_x)

Zmierzono temperaturę wody na wejściu do wodomierza otrzymując 16 °C , przy czym wartości graniczne odchylenia przypisanego temu wskazaniu oszacowano na ± 2 K. Podane granice uwzględniają wszelkie możliwe źródła niepewności, jak wzorcowanie czujników temperatury, rozdzielczość odczytu i małe zmiany temperatury w czasie pojedynczego pomiaru. Wartość temperaturowego współczynnika rozszerzalności objętościowej wody, wynoszącą $\alpha_w = 0,15 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$, wzięto z poradnika materiałoznawstwa. Wartość tę przyjęto za stałą w rozpatrywanym przedziale temperatury. Ponieważ brak informacji dotyczących niepewności, z jaką określono tę

wartość, założono, że jest ona znana z dokładnością do jednostki na ostatnim miejscu znaczącym. Przyjęto, że nieznanne odchylenia mieszczą się w granicach błędu zaokrąglenia $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

S12.7 Różnica ciśnienia wody między wodomierzem a zbiornikiem pomiarowym (κ_W, p_S, p_X)

Nadciśnienie wody dostarczanej do wejścia do wodomierza wynosi 500 kPa, przy czym względne odchylenia tej wartości nie przekraczają $\pm 10\%$. Na drodze od wlotu do wodomierza do zbiornika pomiarowego woda rozpręża się do nadciśnienia zerowego (ciśnienie atmosferyczne). Wartość współczynnika ściśliwości wody, wynoszącą $\kappa_W = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$, wzięto z poradnika materiałoznawstwa. Wartość tę przyjęto za stałą w rozpatrywanym przedziale temperatury. Ponieważ brak informacji na temat niepewności, z jaką określono tę wartość, założono, że jest ona znana z dokładnością do jednostki na ostatnim miejscu znaczącym. Przyjęto, że nieznanne odchylenia mieszczą się w granicach błędu zaokrąglenia $\pm 0,005 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$.

S12.8 Korelacja

Żadnej z wielkości wejściowych nie uznano za znacząco skorelowaną.

S12.9 Budżet niepewności (V_X)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
V_{IS}	200,02 l	0,10 l	normalny	1,0	0,10 l
δV_{IS}	0,0 l	0,0115 l	prostokątny	1,0	0,0115 l
α_S	$51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0,29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	prostokątny	$-1000 \text{ l} \cdot \text{K}$	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
t_S	15 °C	1,15 K	prostokątny	$-0,0198 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	$-0,0228 \text{ l}$
α_W	$0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	prostokątny	$200 \text{ l} \cdot \text{K}$	$0,58 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
t_X	16 °C	1,15 K	prostokątny	$-0,0300 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	$-0,0346 \text{ l}$
κ_W	$0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	prostokątny	$-100 \text{ l} \cdot \text{kPa}$	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
p_X	500 kPa	29 kPa	prostokątny	$-9,2 \cdot 10^{-6} \text{ l} \cdot \text{kPa}^{-1}$	$-0,0027 \text{ l}$
p_S	0,0 Pa	–	–	–	–
V_X	199,95 l				0,109 l

W złożonej niepewności standardowej pomiaru przypisanej wynikowi wzorcowania przeważającą wartość liczbową reprezentuje składowa związana ze wskazaniem objętości cieczy w zbiorniku pomiarowym, odczytanym za pomocą podziałki wodowskazu. Rozkład prawdopodobieństwa wielkości mierzonej nie jest rozkładem normalnym, lecz prostokątnym. Należy o tym pamiętać przy dalszych krokach procedury oceny niepewności.

S12.10 Wskazanie wodomierza (ΔV_{iX} , δV_{iX1} , δV_{iX2})

Wzorcowany wodomierz ma rozdzielczość wskazań równą 0,2 l. Z wartości tej wynikają maksymalne odchylenia przypisane rozdzielczości wodomierza wynoszące dla obu wskazań $\pm 0,1$ l.

S12.11 Budżet niepewności (e_X)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
ΔV_{iX}	200,0 l	–	–	–	–
δV_{iX1}	0,0 l	0,058 l	prostokątny	$-5,0 \cdot 10^{-3}$	$-0,29 \cdot 10^{-3}$ l
δV_{iX2}	0,0 l	0,058 l	prostokątny	$5,0 \cdot 10^{-3}$	$0,29 \cdot 10^{-3}$ l
V_X	199,95 l	0,109 l	prostokątny	$-5,0 \cdot 10^{-3}$	$-0,55 \cdot 10^{-3}$ l
e_X	0,000 3				$0,68 \cdot 10^{-3}$

S12.12 Powtarzalność wodomierza

Porównanie wartości względnego błędu wskazań wzorcowanego wodomierza, otrzymanych dla dwóch pomiarów wykonanych przy takim samym natężeniu przepływu równym 2500 l/h, wskazuje na znaczny rozrzut wyników pomiaru. Z tego powodu względny błąd wskazań wyznaczono trzykrotnie. Wyniki trzech pomiarów traktuje się jako niezależne obserwacje e_{Xj} w modelu służącym do określenia średniego błędu wskazania e_{Xav}

$$e_{Xav} = e_X + \delta e_X \quad (S12.3)$$

gdzie:

- e_X – błąd względny wskazania obliczony na podstawie wyniku pojedynczego pomiaru,
- δe_X – poprawka błędu względnego wskazania wynikająca z braku powtarzalności wodomierza, obliczona na podstawie wyników kilku pomiarów.

S12.13 Wyniki pomiarów (e_X)

Nr pomiaru	Obliczony błąd względny wskazania
1	0,000 3
2	0,000 5
3	0,002 2

średnia arytmetyczna:

$$\bar{e}_X = 0,001$$

odchylenie standardowe eksperymentalne: $s(e_{X_j}) = 0,001$ niepewność standardowa: $u(\bar{e}_X) = s(\bar{e}_X) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000 60$ S12.14 Budżet niepewności ($e_{X_{av}}$)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	stopnie swobody	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$	ν_{eff}		c_i	$u_i(y)$
e_X	0,001	$0,60 \cdot 10^{-3}$	2	normalny	1,0	$0,60 \cdot 10^{-3}$
δe_X	0,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$	∞	normalny	1,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$
$e_{X_{av}}$	0,001		10			$0,91 \cdot 10^{-3}$

S12.15 Niepewność rozszerzona

Z powodu małej liczby efektywnych stopni swobody niepewności standardowej przypisanej średniemu względnemu błędowi wskazania wartość współczynnika rozszerzenia powinna być przyjęta z tabeli dla rozkładu t -Studenta (tabela E1)

$$U = k \cdot u(e_{X_{av}}) = 2,28 \cdot 0,91 \cdot 10^{-3} \cong 2 \cdot 10^{-3}$$

S12.16 Zapis wyniku pomiaru

Średni błąd względny wskazania wodomierza określony przy natężeniu przepływu 2500 l/h wynosi $0,001 \pm 0,002$.

Podaną rozszerzoną niepewność pomiaru wyrażono jako niepewność standardową pomnożoną przez współczynnik rozszerzenia $k = 2,28$, która to wartość odpowiada poziomowi ufności ok. 95 % dla rozkładu t -Studenta przy wypadkowej liczbie stopni swobody $\nu_{\text{eff}} = 10$

S13 Wzorcowanie pierścienia wzorcowego o średnicy nominalnej 90 mm

- S13.1 Stalowy pierścień wzorcowy o wewnętrznej średnicy nominalnej $D_X = 90$ mm poddano wzorcowaniu zgodnie z procedurą opisaną w przewodniku EAL-G29. Zastosowano komparator Abbego i stalowy pierścień wzorcowy o wewnętrznej średnicy nominalnej ($D_S = 40$ mm) różniącej się znacznie od średnicy pierścienia wzorcowanego. Zarówno długościomierz, jak i stalowy pierścień wzorcowy pełnią w tym przypadku rolę wzorców roboczych. Oba pierścienie mocuje się kolejno na „pływającym” stoliku pomiarowym, który umożliwia ustawienie badanych elementów w osi pomiarowej. Dwie końcówki pomiarowe umieszczone są na ramionach w kształcie litery C. Jedno z nich, umocowane na trzpieniu nieruchomym, a drugie na trzpieniu pomiarowym, doprowadza się do zetknięcia z wymienionymi pierścieniami w kilku punktach, z których każda para stanowi punkty skrajne położone na średnicy wewnętrznej pierścienia kontrolnego lub pierścienia wzorcowanego. Końcówki pomiarowe mają kształt kulisty. Nacisk pomiarowy powstaje dzięki obciążnikowi, który zapewnia siłę o stałej wartości nominalnej 1,5 N w całym zakresie pomiarowym. Trzpień pomiarowy jest sztywno połączony z głowicą pomiarową wyposażoną w stalowy wzorec kreskowy z podziałką o rozdzielczości 0,1 μm . Wzorec kreskowy komparatora jest okresowo sprawdzany w celu zapewnienia, że jest on zgodny z deklaracjami wytwórcy dotyczącymi maksymalnego błędu dopuszczalnego.

Dla zapewnienia warunków odniesienia wymaganych przez procedurę wzorcowania kontroluje się temperaturę pomieszczenia. Temperaturę w przestrzeni roboczej komparatora utrzymuje się na poziomie 20 °C z dopuszczalnym odchyleniem granicznym równym $\pm 0,5$ K. Dokłada się wszelkich starań dla zapewnienia stałości wymaganej wartości temperatury pierścieni i wzorca kreskowego podczas wzorcowania.

- S13.2 Średnicę d_X wzorcowanego pierścienia w temperaturze odniesienia $t_0 = 20$ °C otrzymuje się z następującej zależności:

$$d_X = d_S + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (\text{S13.1})$$

gdzie:

- d_S – średnica pierścienia kontrolnego w temperaturze odniesienia,
- Δl – zmierzona różnica przemieszczenia trzpienia pomiarowego w przypadku, gdy końcówki pomiarowe dotykają dwóch skrajnych punktów położonych na średnicy wewnętrznej odpowiednio pierścienia kontrolnego i pierścienia wzorcowanego,
- δl_i – poprawka na błędy wskazania komparatora,
- δl_T – poprawka związana z wpływem temperatury na pierścień wzorcowany, pierścień kontrolny i wzorec kreskowy komparatora,
- δl_P – poprawka związana z niesymetrycznym położeniem końcówek pomiarowych względem osi pomiarowej,

δl_E – poprawka związana z różnicą w odkształceniach sprężystych pierścienia wzorcowanego i pierścienia kontrolnego,

δl_A – poprawka związana z różną wartością błędu Abbego komparatora w przypadku pomiarów odpowiednio średnicy pierścienia wzorcowanego i średnicy pierścienia kontrolnego.

S13.3 Worzec roboczy (d_S)

Wartość wewnętrznej średnicy pierścienia stosowanego jako wzorzec roboczy wraz z przypisaną jej rozszerzoną niepewnością pomiaru jest podana w świadectwie wzorcowania i wynosi $40,0007 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ } \mu\text{m}$ ($k = 2$).

S13.4 Komparator (δl_i)

Poprawki na błędy wskazania podziałki wzorca kreskowego zostały określone przez wytwórcę i wprowadzone do pamięci elektronicznej. Błędy dopuszczalne wskazań mieszczą się w podanym przez wytwórcę zakresie równym $\pm (0,3 \text{ } \mu\text{m} + 1,5 \cdot 10^{-6} l_i)$, gdzie l_i oznacza wartość liczbową długości zmierzonej. Informacje wytwórcy potwierdza się przez okresowe sprawdzanie wskazań komparatora. Dla różnicy dwóch wartości długości wynoszącej $D_X - D_S = 50 \text{ mm}$ graniczne wartości nieznanego błędu wskazania szacuje się na $\pm 0,375 \text{ } \mu\text{m}$.

S13.5 Poprawki temperaturowe (δl_T)

Dokłada się starań, aby w czasie pomiaru pierścień wzorcowany, pierścień kontrolny i wzorzec kreskowy komparatora zachowały stałą temperaturę. Na podstawie wykonanych wcześniej pomiarów i ogólnej znajomości układu pomiarowego można stwierdzić, że odchylenia temperatury obu pierścieni i wzorca kreskowego od temperatury otoczenia mieszczą się w granicach $\pm 0,2 \text{ K}$. Szacuje się jednak, że odchylenie graniczne wartości temperatury panującej w pomieszczeniu pomiarowym wynosi $\pm 0,5 \text{ K}$. Wiedzę o pomiarze najlepiej oddaje zatem odchylenie temperatury otoczenia od temperatury odniesienia oraz odchylenie temperatury obu pierścieni i wzorca kreskowego od temperatury otoczenia. Wartość δl_T poprawki wynikającej z oddziaływania odchylen temperatury oblicza się z następującej funkcji modelowej

$$\begin{aligned} \delta l_T = & (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ & + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X - (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R \end{aligned} \quad (\text{S13.2})$$

gdzie:

D_X, D_S – nominalne średnice odpowiednio pierścienia wzorcowanego i pierścienia kontrolnego,

$\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R$ – temperaturowe współczynniki rozszerzalności liniowej odpowiednio pierścienia wzorcowanego, pierścienia kontrolnego i wzorca kreskowego komparatora,

$\Delta t_A = t_A - t_0$ – odchylenie temperatury pomieszczenia pomiarowego od temperatury odniesienia $t_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$,

$\delta t_X, \delta t_S, \delta t_R$ – odchylenia temperatury odpowiednio pierścienia wzorcowanego, pierścienia kontrolnego i wzorca kreskowego komparatora od temperatury otoczenia.

Ponieważ zakłada się, że wartości czterech różnic temperatury występujących w równaniu (S13.2) są równe zero, stosowany zazwyczaj model liniowy nie uwzględniłby składowych niepewności pomiaru związanych z wartościami trzech temperaturowych współczynników rozszerzalności liniowej. Jak wyjaśniono w punkcie S4.13, w celu określenia niepewności standardowej związanej z następującymi czterema wyrazami równania (S13.2), z których każdy jest iloczynem

$$\begin{aligned}\delta l_{TA} &= (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R\end{aligned}\quad (\text{S13.3})$$

należy zastosować model nieliniowy.

W oparciu o świadectwo wzorcowania pierścienia kontrolnego oraz informacje wytwórcy dotyczące pierścienia wzorcowanego i wzorca kreskowego komparatora przyjęto, że wartości temperaturowych współczynników rozszerzalności liniowej mieszczą się w przedziale $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Obliczone przy użyciu tej wartości oraz podanych na początku wartości granic zmienności temperatury niepewności standardowe związane z czterema iloczynami są następujące: $u(\delta l_{TA}) = 0,012 \mu\text{m}$, $u(\delta l_{TS}) = 0,053 \mu\text{m}$, $u(\delta l_{TX}) = 0,12 \mu\text{m}$ i $u(\delta l_{TR}) = 0,066 \mu\text{m}$. Na podstawie tych wartości określa się wypadkową niepewność standardową związaną z poprawkami temperaturowymi. Wynik obliczeń – wraz z zestawieniem wartości składowych – podaje poniższa tabela.

Symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
δl_{TA}	0,0 μm	0,012 μm	–	1,0	0,012 μm
δl_{TS}	0,0 μm	0,053 μm	–	1,0	0,053 μm
δl_{TX}	0,0 μm	0,12 μm	–	1,0	0,12 μm
δl_{TR}	0,0 μm	0,066 μm	–	1,0	0,066 μm
δl_T	0,0 μm				0,15 μm

S13.6 Poprawka na niewspółosiowość (δl_p)

Przyjmuje się, że odchylenie położenia osi symetrii dwóch kulistych końcówek pomiarowych od osi pomiarowej mieści się w zakresie $\pm 20 \mu\text{m}$. Stosując równania podane w uwagach dotyczących podstaw matematycznych (S13.13), otrzymuje się następujące wyrażenia odpowiednio na poprawkę wynikającą z hipotetycznej niewspółosiowości oraz na przypisaną do niej standardową niepewność pomiaru:

$$\delta l_p = 2 \cdot \left(\frac{1}{D_x} - \frac{1}{D_s} \right) \cdot u^2(\delta c) \quad (\text{S13.4})$$

$$u^2(\delta l_p) = \frac{16}{5} \cdot \left(\frac{1}{D_x^2} + \frac{1}{D_s^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \quad (\text{S13.5})$$

W powyższych równaniach δc reprezentuje małą odległość mierzonego odcinka od środka pierścienia. Obliczone w ten sposób wartości poprawki i związanej z nią standardowej niepewności pomiaru wynoszą odpowiednio $\delta l_p \cong -0,004 \mu\text{m}$ i $u(\delta l_p) \cong 0,0065 \mu\text{m}$. Jak wynika z zestawienia składowych niepewności (punkt S13.10), wartości te są dwa rzędy wielkości mniejsze niż pozostałe składowe niepewności, a zatem ich udziału można w opisywanych warunkach pomiaru nie uwzględniać.

S13.7 Poprawka na odkształcenie sprężyste (δl_E)

Podczas opisywanego pomiaru nie określano odkształcenia sprężystego pierścienia wzorcowanego ani pierścienia kontrolnego. Na podstawie zebranych uprzednio danych założono jednak, że odchylenia, będące skutkiem odkształceń sprężystych mieszczą się w zakresie $\pm 0,03 \mu\text{m}$.

S13.8 Poprawka na błąd Abbego (δl_A)

Podczas opisywanego pomiaru nie określono wartości błędu Abbego cechującej użyty długościomierz. Na podstawie znajomości charakterystyki długościomierza i danych pochodzących z operacji jego okresowego sprawdzania, odchylenia wynikające z błędu Abbego oszacowano na zawarte w granicach $\pm 0,02 \mu\text{m}$.

S13.9 Wyniki pomiarów (Δl)

Otrzymano następujące wyniki pomiarów średnicy wewnętrznej pierścienia wzorcowanego i pierścienia kontrolnego:

Nr	Przedmiot pomiaru	Wynik pomiaru	Wielkość mierzona
1	pierścień kontrolny	0 zerowanie długościomierza	średnica w płaszczyźnie symetrii prostopadłej do osi pierścienia, w kierunku oznaczonym wskazami
2	pierścień wzorcowany	49,99935 mm	średnica w płaszczyźnie symetrii prostopadłej do osi pierścienia, w kierunku oznaczonym wskazami
3	pierścień wzorcowany	49,99911 mm	średnica w płaszczyźnie symetrii prostopadłej do osi pierścienia, obrócona wokół tej osi względem kierunku oznaczonego wskazami o + 1 mm, liczona po obwodzie
4	pierścień wzorcowany	49,99972 mm	średnica w płaszczyźnie symetrii prostopadłej do osi pierścienia, obrócona wokół tej osi względem kierunku oznaczonego wskazami o – 1 mm, liczona po obwodzie
5	pierścień wzorcowany	49,99954 mm	średnica w kierunku oznaczonym wskazami położona na płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny symetrii prostopadłej do osi pierścienia, przesunięta o 1 mm w górę w stosunku do płaszczyzny pomiarowej
6	pierścień wzorcowany	49,99996 mm	średnica w kierunku oznaczonym wskazami położona na płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny symetrii prostopadłej do osi pierścienia, przesuniętej o 1 mm w dół w stosunku do płaszczyzny pomiarowej

Wyniki pomiarów można podzielić na dwie grupy: wynik pomiaru średnicy pierścienia kontrolnego (pomiar nr 1), który służy do zerowania wskazań komparatora, i wyniki pomiarów średnicy pierścienia wzorcowanego (pomiar od nr 2 do nr 6), które dają różnicę między średnicami obu pierścieni:

$$\begin{aligned} \text{średnia arytmetyczna:} & \quad \bar{\Delta l} = 49,999\ 54\ \text{mm} \\ \text{odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru:} & \quad s(\Delta l) = 0,33\ \mu\text{m} \\ \text{odchylenie standardowe średniej:} & \quad s(\bar{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0,15\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru $s(\Delta l) = 0,18\ \mu\text{m}$ obejmuje składową związaną z odchyłką kształtu wzorcowanego pierścienia oraz składową wynikającą z powtarzalności wskazań komparatora. W celu otrzymania standardowej niepewności pomiaru przypisanej do wyznaczonej wartości średniej różnicy między średnicami obu pierścieni należy też wziąć pod uwagę niepewność związaną z zerowaniem wskazania komparatora. Wartość tej składowej otrzymuje się na podstawie połączonej estymaty odchylenia standardowego $s_p(0) = 0,25\ \mu\text{m}$, otrzymanej uprzednio dla pomiaru przeprowadzonego w takich samych warunkach pomiarowych. Obliczona wartość standardowej niepewności pomiaru przypisanej wyznaczonej różnicy średnic jest następująca:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\bar{\Delta l}) + s_p^2(0)} = 0,30\ \mu\text{m}$$

S13.10 Budżet niepewności (d_X)

symbol wielkości	estymata wielkości	niepewność standardowa	rozkład prawdopodobieństwa	współczynnik wrażliwości	udział w złożonej niepewności standardowej
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
d_S	40,0007 mm	0,10 μm	normalny	1,0	0,10 μm
Δl	49,99955 mm	0,30 μm	normalny	1,0	0,30 μm
δl_i	0,0 mm	0,22 μm	prostokątny	1,0	0,22 μm
δl_T	0,0 mm	0,15 μm	normalny	1,0	0,15 μm
δl_P	0,000 004 mm	0,0065 μm	prostokątny	1,0	0,0065 μm
δl_E	0,0 mm	0,018 μm	prostokątny	1,0	0,018 μm
δl_A	0,0 mm	0,012 μm	prostokątny	1,0	0,012 μm
d_X	90,000 25 mm				0,433 μm

S13.11 Niepewność rozszerzona

$$U = k \cdot u(d_X) = 2 \cdot 0,433 \mu\text{m} \cong 0,9 \mu\text{m}$$

S13.12 Zapis wyniku pomiaru

Średnica pierścienia wzorcowego wynosi (90,000 3 \pm 0,000 9) mm.

Podaną rozszerzoną niepewność pomiaru wyrażono jako niepewność standardową pomnożoną przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, która to wartość w przypadku rozkładu normalnego odpowiada poziomowi ufności ok. 95 %.

S13.13 Uwagi dotyczące podstaw matematycznych zagadnienia niewspółosiowości

Ponieważ nie jest możliwa dokładna regulacja położenia pierścieni względem osi pomiarowej komparatora, wielkość, której wartość wyznacza się w czasie pomiaru, jest cięciwą określonego pierścienia położoną w pobliżu jego średnicy. Długość d' tej cięciwy, określana podczas pomiaru, jest związana ze średnicą pierścienia d za pomocą następującego równania

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2 \right) \quad (\text{S13.6})$$

gdzie $\delta\varphi$ jest małym kątem, który jest połową zakresu kąтового położenia cięciwy do średnicy. Z drugiej strony, kąt ten jest związany z małą odległością δc cięciwy od środka pierścienia następującą zależnością

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \quad (\text{S13.7})$$

tak że równanie (S13.6) można przekształcić do postaci

$$d' \cong d - 2 \frac{(\delta c)^2}{D} \quad (\text{S13.8})$$

w której średnica d pierścienia w członie ilorazowym została zastąpiona przez jej wartość nominalną D . Podstawienie takie jest uzasadnione ze względu na małą wartość licznika tego ilorazu. Najlepszą estymatą średnicy jest jej wartość oczekiwana otrzymana na podstawie następującego równania

$$d = d' + 2 \frac{u^2(\delta c)}{D} \quad (\text{S13.9})$$

Przyjęto, że wartość oczekiwana odległości δc wynosi zero. Należy przy tym pamiętać, że znaczenie symboli d , d' i δc w równaniu (S13.8) nie jest identyczne jak w równaniu (S13.9); podczas gdy w równaniu (S13.8) symbole te reprezentują nieznaną dokładnie wielkości lub zmienne losowe, w równaniu (S13.9) oznaczają one wartości oczekiwane tych wielkości. Ponieważ wariancja zmiennej losowej jest równa wartości oczekiwanej kwadratu odchylenia tej zmiennej od jej wartości oczekiwanej, kwadrat standardowej niepewności pomiaru przypisanej wartości średnicy pierścienia wynosi, zgodnie z równaniem (S13.8)

$$u^2(d) = u^2(d') + 4 \cdot (\alpha - 1) \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.10})$$

gdzie

$$\alpha = \frac{m_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \quad (\text{S13.11})$$

wyraża stosunek momentu centralnego czwartego rzędu małej odległości δc do kwadratu momentu centralnego drugiego rzędu tej samej wielkości. Wartość tego ilorazu zależy od rozkładu prawdopodobieństwa założonego dla δc . Przy założeniu, że rozkład δc jest prostokątny, ułamek wyrażony równaniem (S13.11) przyjmuje wartość $\alpha = 9/5$. W tym wypadku standardowa niepewność pomiaru związana z określeniem wartości średnicy wyraża się następującym równaniem:

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.12})$$